

Coletânea LABGG (Laboratório no Geogebra) Para Escolas e Universidades

Módulo NEF.M803 – O Triângulo e os Pontos Notáveis Baricentro e Circuncentro

Eimard Gomes Antunes do Nascimento¹
Cristiane de Sousa²
Júlio Wilson Ribeiro³
Nicolino Trompieri Filho⁴

Resumo

Os recursos tecnológicos nas escolas têm emergido nas últimas décadas como um meio favorecedor do ensino e aprendizagem. A Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra) surge como um desses recursos ao ensino da Matemática e de disciplinas afins, com o objetivo de

¹ Doutorando em Educação na Universidade de Aveiro – Portugal, no departamento de Educação e Tecnologia Educativa, com apoio financeiro da Capes – Brasil. Mestrado em Educação – Eixo de Avaliação Educativa pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (Uece). Especialista Microsoft Office Specialist – Mous em Excel pela Microsoft - EUA. Graduado em Matemática Universidade Federal do Ceará (UFC). Analista de Sistema e Programador pelo Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (Senac) Ceará, Brasil. prof.eimard@gmail.com

² Mestrado em Ciências da Educação e especialista em Educação Social e Intervenção Comunitária pela Universidade de Aveiro – Portugal. Graduada em Pedagogia pela a Universidade Estadual Vale do Acaraú – Fortaleza-CE. Professora efetiva da prefeitura de Paraipaba-CE. cristianesousa@gmail.com

³ Pós-Doutorado pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP. Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA, Brasil. Mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba, UFPB, Brasil. Graduação em Engenharia Mecânica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA, Brasil. Professor-associado II do Departamento de Fundamentos da Educação da Universidade Federal do Ceará, UFC. juliow@uol.com.br

⁴ Doutorado e Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professor-associado II do Departamento de Fundamentos da Educação da Universidade Federal do Ceará, UFC. trompieri@hotmail.com

servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de ensino e avaliação. Tal Coletânea está organizada numa forma estrutural de módulos de Ensino-Aprendizagem (E^A)⁵ descritos em formatos de artigos para a autoaprendizagem e posteriormente transformados em cursos para formações continuadas. Atualmente conta com o apoio metodológico da sequência de ensino denominada de Ensino Dinâmico com Tecnologia (EDT), cuja aplicação encontra-se em fase de desenvolvimento, que tem como base teórica o Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK), para o inter-relacionamento com as tecnologias. O artigo do módulo em estudo tem como objetivo mostrar a 3ª aplicação em Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II, no tocante ao assunto sobre “as relações e propriedades geométricas – o triângulo”, exploradas por meio do LABGG, por comandos e/ou graficamente, obtendo como resultado outra forma de ensino em um ambiente de caráter laboratorial, o qual possibilita a prática pretendida de uma forma dinâmica e atrativa.

Palavras-chave: Educação matemática. Formação de professores. Metodologia de ensino. Tecnologia e Matemática.

**COLLECTION LABGG (LABORATORY IN GEOGEBRA) FOR SCHOOLS
AND UNIVERSITIES: MODULE NEF.M803 – THE TRIANGLE AND THE REMARKABLE
POINTS BARYCENTER AND CIRCUMCENTER**

Abstract

Technology resources in schools have emerged in recent decades as a conducive means of teaching and learning. The LABGG Collection (Laboratory in GeoGebra) appears as one of these resources to the teaching of Mathematics and related disciplines, with the objective of serving as a pedagogical and technological support tool for teachers to use in the classroom, under a constructivist approach in the teaching process and evaluation. This Collection is organized in a structural form of Teaching-Learning (T^L) modules described in self-learning article formats and later transformed into courses for continuing education. Currently, it has the methodological support of the teaching sequence called EDT (Dynamic Teaching with Technology, whose application is in the development phase) that has as theoretical basis TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge), for the interrelationship with technologies. The aim of this paper is to show the 3rd application in Mathematics of the 8th year of Elementary School II, regarding the subject “geometric relations and properties – the triangle”, explored through LABGG, by commands and / or graphically, resulting in another form of teaching in an environment of laboratory character, which enables the desired practice in a dynamic and attractive way.

Keywords: Mathematics education. Teacher training. Teaching methodology. Technology and Mathematics.

Recebido em: 21/6/2017

Aceito em: 8/11/2017

⁵ Termo que substitui a escrita que relaciona ao ensino e aprendizagem (ensino-aprendizagem), no qual pronuncia-se “O Ensino eleva ao Aprendizado”.

Mediante a realidade tecnológica atual em que estamos vivendo, é quase certo, quando falamos em educação, citarmos o uso das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) na valorização e na melhoria do ensino e da aprendizagem, considerando que estas têm tido a sua inserção demandada pelas práticas pedagógicas, desencadeando cada vez mais a necessidade de discussões e reflexões acerca dessa inclusão no contexto educacional, bem como a formação continuada dos professores (BARBOSA, 2013; BRASIL, 2006; KENSKI, 2004; NASCIMENTO, 2012a). O uso das TICs no contexto escolar e universitário, no entanto, ainda necessita ser fortalecido, uma vez que existe uma considerável distância entre os avanços na produção de *softwares* educacionais, a aceitação, a compreensão e a utilização desses mesmos recursos pelos professores (KENSKI, 2014; NASCIMENTO, 2012b).

Sob este enfoque, os documentos oficiais brasileiros, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para os Ensinos Fundamental e Médio, mesmo tendo sido publicados há 19 anos, expressam a importância dos recursos tecnológicos para a educação com vistas à melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem (BRASIL, 1998a, 1998b, 2002). Tais documentos destacam também que a informática na educação “permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender” (BRASIL, 1998a, p. 147) e “oferece recursos rápidos e eficientes para realizar cálculos complexos, transformar dados, consultar, armazenar e transcrever informações, o que permite dedicar mais tempo a atividades de interpretação e elaboração de conclusões” (BRASIL, 1998a, p. 148).

Em relação aos alunos do Ensino Fundamental, os PCNs, em um dos seus objetivos, destacam que esses estudantes “sejam capazes de saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos” (BRASIL, 1998b, p. 8). Corroborando com a realidade tecnológica da nossa sociedade, o mesmo documento frisa que o professor “tem de estar num contínuo processo de formação e, portanto, aprender a aprender torna-se cada vez mais fundamental” (1998b, p. 27).

No Ensino Superior, o computador deve ser utilizado como instrumento de trabalho e incorporado no currículo, como destacam as Diretrizes Curriculares para o Curso de Matemática, as quais enfatizam que, “desde o início do curso, o bacharelado em Matemática deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando a sua utilização para a formulação e solução de problemas” (BRASIL, 2002, p. 5). E o mesmo texto é referenciado ao aluno de Licenciatura e acrescenta que é “importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática” (p. 6).

Internacionalmente, existem os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, publicados pela associação nacional de professores nos Estados Unidos da América (*National Council of Teachers Mathematics – NCTM*) que atualmente servem de base e orientações em vários países da Europa e também na Ásia. Os Princípios descrevem características de uma educação matemática de elevada qualidade; além das normas, dos conteúdos e dos processos matemáticos que os alunos deverão aprender. Em conjunto, os Princípios e as Normas constituem uma perspectiva orientadora dos educadores que lutam pelo contínuo desenvolvimento da educação matemática nas salas de aula, escolas e sistemas educativos. No total, são 6 princípios, e um destes trata-se do Princípio da Tecnologia (NATIONAL..., 2008).

No Princípio da Tecnologia é esclarecido que “a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” (NATIONAL..., 2008, p. 26). Sob este enfoque, é apontado que “as tecnologias eletrônicas – calculadoras e computadores – constituem ferramentas essenciais para o ensino, a aprendizagem e o fazer Matemática” (NATIONAL, 2008, p. 25). Sobre o Ensino Superior, afirma-se que “nos programas de ensino da matemática, a tecnologia deve ser largamente utilizada, com responsabilidade, com o intuito de enriquecer a aprendizagem matemática dos alunos” (NATIONAL..., 2008, p. 26). O *link* entre a teoria e a prática, quando instituído de forma simples e estimulante, causa no aluno o senso de curiosidade e, conseqüentemente, o senso de pesquisa.

Nas últimas décadas, no ensino da Matemática, com o auxílio dos computadores para a utilização de tarefas práticas, alguns autores explicam que a Geometria Dinâmica (GD) evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, tencionando a reflexão de conjecturas que são feitas a partir da experimentação e da criação de objetos geométricos (ARCAVI; HADAS, 2000; GRAVINA; SANTAROSA, 1998; SILVA; PENTEADO, 2013). Deste modo, pode-se introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo computador, que “é um dispositivo técnico aberto que estimula os professores e alunos a impelir seus conhecimentos até o limite para realçar projetos através de uma ilimitada variedade de efeitos” (PAPERT, 1994, p. 66), surgindo daí o processo de questionamento, argumentação e dedução.

Além de os documentos oficiais relatarem a importância das TICs no contexto de trabalho nas escolas e universidades, é importante apontar que “vivemos em uma sociedade marcada pela crescente aceleração na troca de informações, entre outras características moldadas pelas tecnologias digitais” (MARIM; FREITAS; SANTOS, 2014, p. 155), pelas quais “se constitui um desafio assumir o compromisso de desenvolver ações voltadas à formação, concebida na perspectiva do desenvolvimento profissional” (NEHRING; SILVA; POZZOBON, 2006, p. 225). As crescentes mudanças na sociedade e o constante avanço tecnológico impulsionam, cada vez mais, os professores na busca em lidar com inúmeros desafios suscitados por essas mudanças. Nas instituições de ensino público é notória a carência de currículos flexíveis e ambientes propícios à interação com as TICs. Desta forma, faz-se necessário a previsão de investimentos em formação continuada para o domínio técnico e crítico de projetos e *softwares* educacionais que proporcionem não apenas bons índices estatísticos, mas também novas formas de ensinar, o que promoverá, conseqüentemente, uma aprendizagem relevante para todos, professores e alunos.

O artigo do módulo desta investigação tem como objetivo mostrar a 3ª aplicação em Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II, no tocante ao assunto sobre “as relações e propriedades geométricas – o triângulo”, exploradas

por meio do LABGG, por comandos e/ou graficamente, os quais servirão de suporte tecnológico para os professores no ensino da Matemática e de disciplinas afins.

O desenvolvimento deste estudo foi acompanhado por três professores de Matemática que utilizam o livro didático adotado em sala de aula, e contaram com a cooperação de um dos autores deste artigo, que também têm experiência no ensino desta disciplina e com a utilização do referido livro.

A Coletânea LABGG

De acordo com a exposição deste cenário, surgiu a Coletânea LABGG (Laboratório no GeoGebra), produto de investigação do Mestrado de um dos autores deste artigo, pautada nos conceitos basilares do investigador John Dewey, cujas ideias de defesa centram-se numa educação que está voltada para o desenvolvimento da capacidade, de raciocínio e de espírito crítico do aluno, com vistas fundantes na defesa da democracia e da liberdade de pensamento como instrumentos para a sua maturação emocional e intelectual. O processo educativo consiste na adequação e interação do aluno com o programa da escola/universidade, pois a concepção das relações entre um e outro tende a tornar a aprendizagem fácil, livre e completa (DEWEY, 1936; NASCIMENTO; SILVA, 2012).

As ideias de Dewey apregoam o princípio de que os alunos aprendem melhor realizando tarefas práticas associadas aos conteúdos estudados, isto é, aprender fazendo, o que causa grandes estímulos e maior aprimoramento e memorização, ao invés de apenas fixar na memória (NASCIMENTO, 2012a; SCHMIDT, 2009). Este princípio vai ao encontro dos preceitos dos PCNs, que se adaptam às ideias de Dewey, quando relata que

a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998b, p. 27)

A Coletânea foi apresentada pela primeira vez em 2012 na Conferência Latino-Americana do GeoGebra em Montevideo, Uruguay. Foi criada com o objetivo de servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, sob uma abordagem construtivista no processo de estudos da Matemática e de disciplinas afins (Figura 1). A Coletânea é organizada numa forma estrutural de módulos de Ensino-Aprendizagem (E^A) descritos em formatos de artigos para integrar com as TICs e proporcionar o hábito da leitura de artigos científicos para, posteriormente, serem postos em prática nos formatos de minicursos e oficinas. Esta interface da teoria com a prática predispõe a execução voltada a uma experiência interessante e estimulante para o professor e alunos, como foi observado na investigação realizada por Nascimento (2012a), que verificou que tanto os alunos quanto os professores tinham grandes potenciais para recepção de aulas utilizando as TICs, como um computador, projetor e quadro interativo, pois despertam a motivação pelo “novo”. Este contato com os aparatos tecnológicos proporciona maior possibilidade de obter vários experimentos, resultando praticamente em um laboratório dentro da sala de aula.

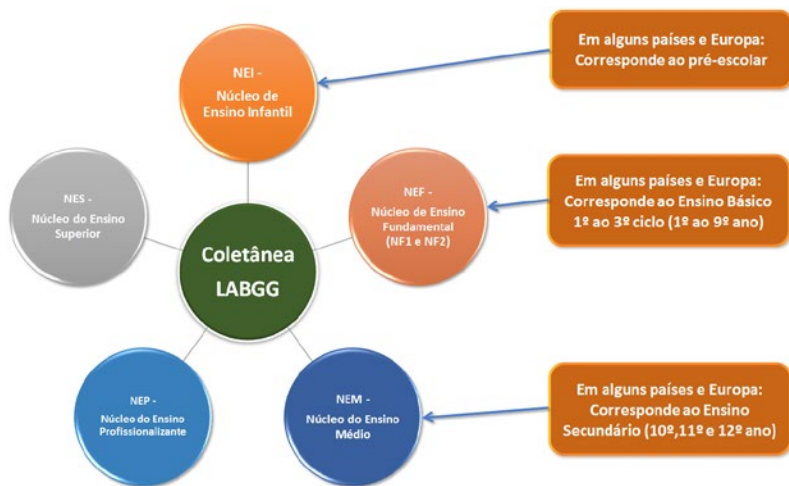
Figura 1 – Logotipo da Coletânea LABGG versão 2/2017



Fonte: Os autores.

A Coletânea funciona junto com o *software* GeoGebra, agora denominada de Geometria Dinâmica e Interativa (GDI), com o intuito de auxiliar as tecnologias habitualmente utilizadas, tais como: quadro de demonstração da matéria (giz ou pincel) e a aula com livro(s) e caderno (Figura 2). (NASCIMENTO, 2012b).

Figura 3 – A Coletânea LABGG e seus Núcleos Educacionais



Fonte: Os autores.

No caso da nomenclatura designada para os módulos de cada investigação, será utilizado a seguir o módulo em estudo para identificação prática e rápida, neste caso o “NEF-M803”, cuja leitura funciona da seguinte maneira: verifica-se primeiramente a estrutura antes do hífen que, neste exemplo, é expresso por “NEF”, representando que o estudo pertence ao “Núcleo do Ensino Fundamental” (Figura 3), e a estrutura, após o hífen, iniciada pela letra “M”, representa a disciplina do estudo, neste caso o módulo é relacionado ao ensino da Matemática, e a numeração “803” representa a terceira experiência/investigação do 8º ano de escolaridade. A codificação para os módulos tem a sua aplicabilidade para todos os núcleos da Coletânea (Figura 3). Desta forma, o professor ou leitor facilmente identificará qual é o assunto investigado e discutido, bem como a disciplina e o ano educacional referente ao estudo.

Por que o *Software* GeoGebra?

A escolha do *software* GeoGebra firmou-se devido às suas potencialidades acopladas a um programa direcionado à Matemática de forma dinâmica e interativa para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. Outro fator que contribuiu para a escolha deste *software* deve-se ao fato de que ele é *open source*, isto é, *software* de código livre e funciona nos sistemas operacionais *Windows*, *Linux* e *Mac*.

O *software* GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, que é atualmente o diretor do projeto GeoGebra, com sede na Universidade Johannes Kepler, localizada em Linz, Áustria. Hohenwarter iniciou o projeto em 2001 na University of Salzburg, na Áustria, e teve a sua continuação e o seu desenvolvimento na Florida Atlantic University, com a finalização da sua tese de Doutorado em 2006, na University of Salzburg, Áustria. (HOHENWARTER, 2006) (HOHENWARTER, 2006).

O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países, tornando-se um líder na área de *softwares* de Matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (GEOGEBRA, 2017) e obtendo vários prêmios internacionais, como o *Archimedes 2016: MNU Award in category Mathematics (Hamburg, Germany)*, *Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA)*, *Merlot Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)* e outros prêmios, com tradução para mais de 50 linguagens diferentes, incluindo a língua portuguesa (GEOGEBRA, 2017).

De acordo com o Diário Oficial da União (DOU), desde 2014 este *software* foi escolhido para compor os *softwares* educativos no sistema operacional Linux Educacional, instalados nos computadores das escolas públicas (BRASIL, 2014). Atualmente, entretanto, nas escolas da rede pública do estado do Ceará observa-se que tal *software* não consta na grade curricular e que, também, é pouco executado pelos professores de Matemática em salas de aula ou nos La-

boratórios de Informática (LI) e, como agravante, não consta mais no sistema operacional designado, de acordo com visitas dos autores a 12 escolas da capital e a 15 do interior do Estado.

A sua ausência deve-se, segundo os coordenadores e professores das escolas visitadas, à inserção de novos projetos nomeados nas escolas que distanciam o uso das TICs para Matemática e, principalmente, à ausência de formação no incentivo à execução destes recursos como parte integrante nas atividades curriculares, e o professor torna-se somente um usuário, utilizando o computador apenas como fonte de pesquisa dos conteúdos matemáticos.

Aplicação Laboratorial da Coletânea LABGG: módulo NEF.M803 – o triângulo, seus elementos e os pontos notáveis baricentro e circuncentro

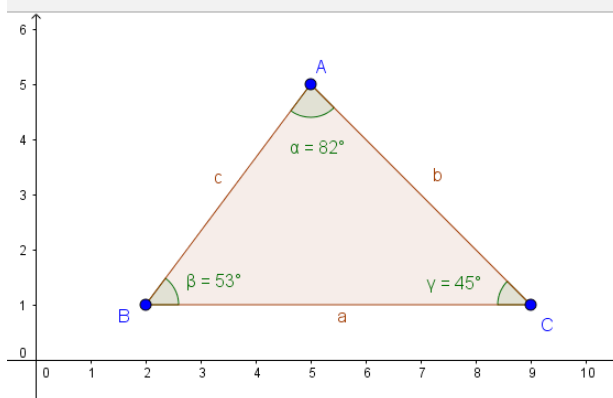
O módulo, denominado de NEF.M803, tem como finalidade transpor o assunto investigado para a aplicação da tecnologia em suporte ao professor, no assunto referente “às relações e propriedades geométricas – o triângulo e a construção dos pontos notáveis”. Uma das características da Coletânea é demonstrar as formas pelas quais o professor poderá realizar o estudo de acordo com as instruções informadas neste artigo, de maneira que não se caracteriza como um “manual” para realizar passo a passo, e, sim, um caminho básico para que o professor possa integrar seus conhecimentos matemáticos com a tecnologia trabalhada.

A coletânea investe em conteúdos básicos de autoaprendizagem para professores e futuros professores que buscam aperfeiçoar seus conhecimentos e obter novas formas para ensinar, impulsionando tais profissionais a desenvolver a criatividade, bem como as habilidades tecnológicas. Nesse sentido, o desenvolvimento do estudo foi apresentado com a metodologia Ensino Dinâmico com Tecnologia (EDT) aos três professores que analisaram sua demonstração e, após, realizaram seus comentários e sugestões. Os livros didáticos adotados

são dos autores Bigode (2012) e Giovanni Júnior e Castrucci (2009) para o 8º ano do Ensino Fundamental II. Para este módulo a versão utilizada do *software* GeoGebra foi a 5.0.

O assunto sobre o triângulo é iniciado por seus elementos: vértices, ângulos e lados (Figura 4). Neste trabalho vamos começar por alguns segmentos especiais que ligam um vértice a um ponto pertencente a um lado do triângulo (BIGODE, 2012).

Figura 4 – Triângulo e seus elementos – estudo inicial







Fonte: Os autores.

A Mediana de um triângulo, segundo o livro didático, “é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto” (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 283). Na construção deste objeto temos duas formas de trabalhar: 1ª) A Construção por Trabalho Analógico (CTA), a qual se realiza utilizando as tecnologias papel, lápis, borracha, régua e compasso, e a 2ª) Construção por Trabalho Digital (CTD), a qual é feita por meio de um computador e um *software* específico, com seus comandos e sintaxes. A Coletânea visa a uma execução de atividades apresentadas pelo professor aos seus alunos, fazendo o uso da CTD com vistas a uma demonstração operacionalizada pelo dinamismo e a interatividade.

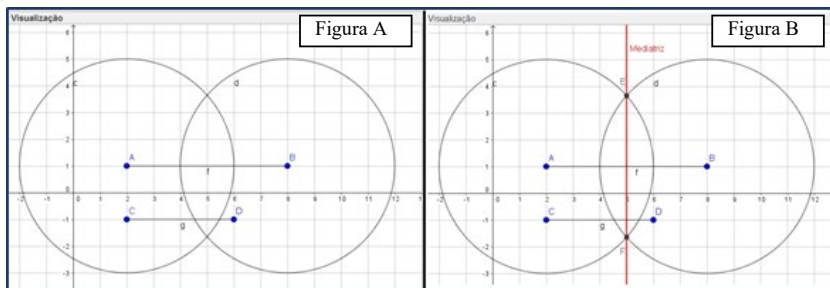
Na execução da CTD podemos utilizar os comandos de várias maneiras, fórmulas e funções para realizar a construção de um objeto. Cabe ao professor demonstrar, no mínimo, uma maneira e, em seguida, deixar que os alunos

investiguem outras possibilidades de construção. Vejamos primeiramente como construir o ponto médio de um segmento de reta: Na execução por CTA, usam-se lápis, papel, borracha, régua e compasso. No caso do LABGG faz-se uso da CTD, utilizando novas nomenclaturas para a construção dos objetos: os Comandos (cmd), e cujos nomes são expressos por meio de aspas, como o cmd “ponto”, cmd “segmento” e assim por diante.

Nesta construção, utiliza-se o cmd “segmento”  para construir um segmento e , e, depois, outro segmento que vai ter o tamanho de abertura para o cmd “compasso” , no caso, o segmento g , lembrando que esta abertura tem de ser um pouco maior da metade do segmento ou próxima ao ponto B e, logo após, utiliza-se o cmd, compasso com abertura do comprimento e centra no ponto A, repetindo a mesma ação no ponto B (Figura 5a) e, logo em sequência, utiliza-se o cmd “interseção de 2 objetos”  e clica-se nos dois círculos recém-criados, pelo qual surgirão os pontos E e F nas interseções. Agora, o professor poderá construir a reta que passa pelos pontos E e F com o cmd “reta”  para construí-la; em seguida, poderá mostrar que a reta é chamada de Mediatriz do segmento e e poderá destacá-la com uma cor vermelha, bem como colocar um nome para uma melhor visualização e identificação, utilizando o cmd “propriedades” do objeto, acionando a guia de cor (Figura 5b).

Pode-se utilizar os comandos avançados e de programação para as construções dos objetos, porém a didática da Coletânea centra-se na construção dos objetos com os comandos básicos. Posteriormente com as práticas e várias simulações, pode-se utilizar a programação.

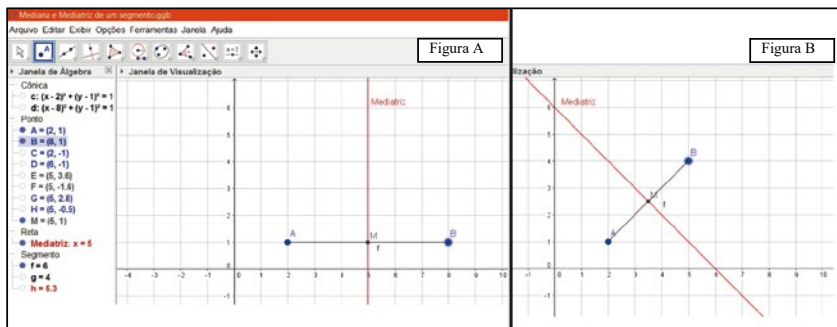
Figura 5 – a) utilização do comando compasso nos pontos A e B b) construção dos pontos E, F e a Mediatriz



Para uma melhor explanação sobre o que é Mediatriz, usa-se, como comparação, uma régua, como um segmento de reta, e aponta-se, com o dedo, para o seu ponto médio, isto é, o meio da reta ou a sua metade (BIGODE, 2012). Depois, retorna-se ao LABGG.

Em continuação, vamos estabelecer o ponto que fica na interseção da Mediatriz com o segmento. Utiliza-se o cmd “interseção de 2 objetos” e clica-se na Mediatriz e no segmento, pelo qual surgirá o ponto procurado, o ponto G. Para renomear o ponto utiliza-se o menu suspenso ao clicar com o botão direito do *mouse* em cima do ponto e escolhe-se o cmd “Renomear”. Aparecerá uma caixa de diálogo, pela qual se apaga o G e digita-se M e, depois, confirma-se a ação, clicando no botão *ok*. Para melhorar visualização das construções oculta-se o que não for necessário, utilizando o botão direito do *mouse* em cada objeto e escolhe-se o cmd “exibir objeto” (Figura 6a). Como o LABGG é uma GDI, o aluno pode interagir com a construção arrastando (movimentando), com o *mouse*, o ponto B para outras posições e todas as fórmulas serão adaptadas e atualizadas (Figura 6b).

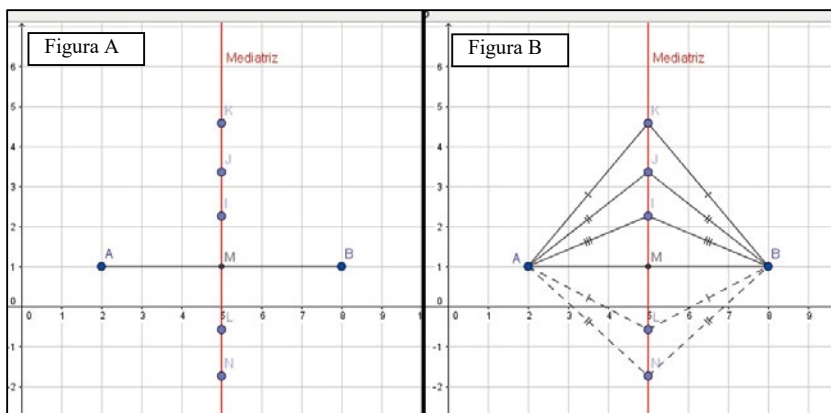
Figura 6 – a) apresentação da mediatriz e ponto médio M b) mudança de posição do ponto B e mantém suas propriedades, como a Mediatriz e o ponto médio do novo segmento



Fonte: Os autores.

Nesta construção da Mediatriz e ponto médio M do segmento, o professor pode demonstrar uma propriedade importante deste assunto, o qual vamos nomear pela letra maiúscula P, acrescida do índice correspondente ao seu número. Vejamos a P_1 : qualquer ponto da reta mediatriz está equidistante dos pontos A e B, e o ponto M é o ponto médio de (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009) (ver Figura 7a e 7b).

Figura 7 – Propriedade da Mediatriz a) criando pontos ao longo da mediatriz b) distância dos pontos criados em relação aos pontos A e B

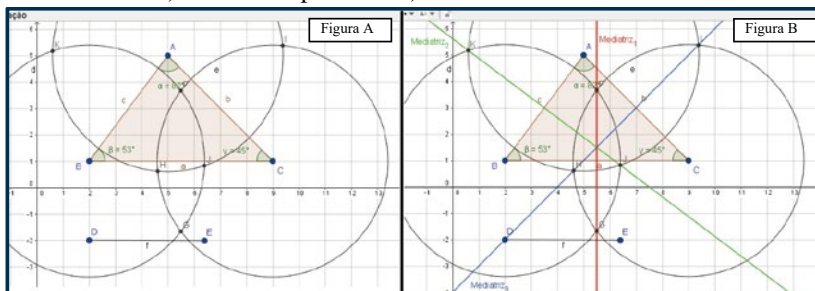


Fonte: Os autores.

Com esta demonstração, podemos aplicar no triângulo (Figura 1) para encontrar os pontos médios dos seus lados. Inicialmente, com o cmd “compasso”, com abertura do segmento, aplica-se nos pontos A, B e C e, utilizando o cmd “interseção de 2 objetos”, clica-se nos círculos 2 a 2 para descobrir os pontos de interseção F, G, H, I, J, K (Figura 8a).

Figura 8 – Criação das Mediatrizes dos lados do triângulo:

a) criando os pontos e b) criando as Mediatrizes



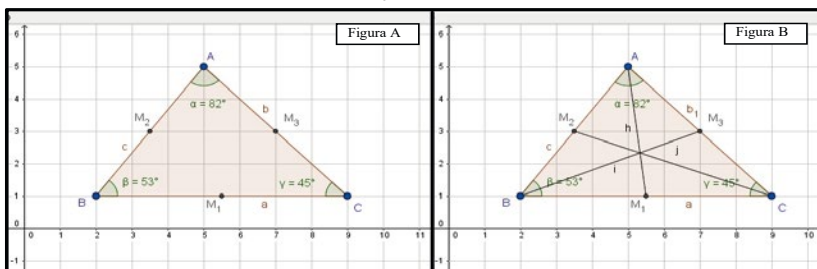
Fonte: Os autores.

Aplicando o cmd “reta”, se constrói as Mediatrizes ligando os pontos F e G para a Mediatriz₁; H e I, para a Mediatriz₃, e K e J, para a Mediatriz₂, podendo colorir cada uma para se obter uma melhor visualização, conforme a Figura 8b.

Na sequência ocultam-se todos os objetos que não vão ser necessários (Figura 9a) e utiliza-se o cmd “segmento” para ligar os vértices aos pontos médios de cada lado (Figura 9b).

Figura 9 – Criação dos pontos médios do triângulo:

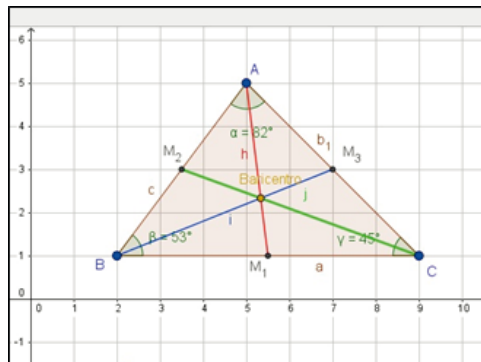
a) Pontos M_1 , M_2 e M_3 b) ligando com os vértices



Fonte: Os autores.

Na última construção, observa-se que os 3 segmentos criados se cruzam em um ponto (Figura 9b), mas precisa-se criar de fato este ponto e, para isso, utiliza-se o cmd “interseção de 2 objetos” e clica-se em 2 delas para surgir o ponto e, logo após, pode-se trocar o seu nome com o cmd suspenso “renomear” para o nome Baricentro (Figura 10).

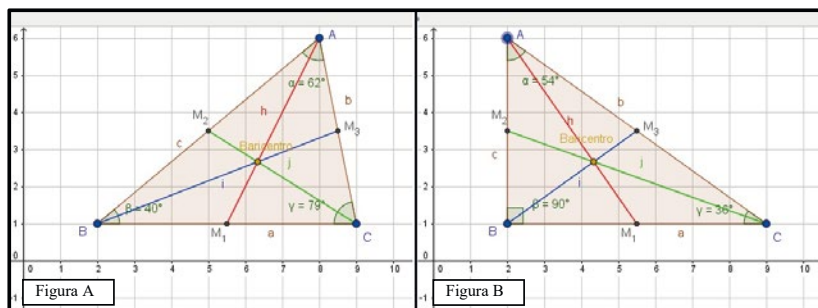
Figura 10 – O ponto notável Baricentro




Fonte: Os autores.

A vantagem do LABGG é que podemos modificar o triângulo pelo vértice A, como um simulador, movendo-o em várias coordenadas e posições, em que todos os elementos nele contidos se ajustarão de acordo com a nova forma do triângulo (Figura 11a e 11b).

Figura 11 – Mudança do vértice A com alteração dos elementos:
a) para A (8,6) e b) para A (2,6)



Fonte: Os autores.

Com os vários experimentos e simulações que o professor poderá utilizar junto com seus alunos, eles vão descobrindo mecanismos e comandos que fazem as mesmas construções de uma forma mais rápida e com menos processos de realizações. Como neste estudo, tanto os professores quanto os alunos podem notar que existe no LABGG o cmd “Mediatriz”  que faz exatamente o mesmo processo que foi realizado com o compasso, mas é importante ressaltar que nem todas as construções poderão ser utilizadas com este comando, necessitando, assim, do uso do compasso para resolver. Nesta parte, o professor poderá utilizar a imaginação e o senso de criatividade para despertar o interesse nos alunos, instigando-os a construir por este novo caminho.



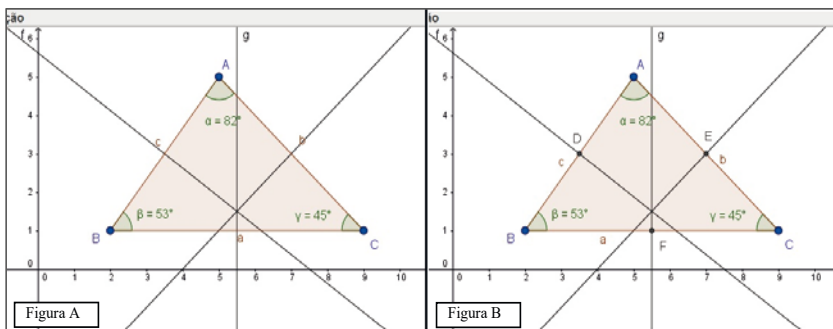
Com o cmd “Mediatriz”, pode-se encontrar outro ponto notável, o *Circuncentro*, que é o encontro das mediatrizes dos lados (BIGODE, 2012, p. 127). Na execução em CTD no LABGG usa-se o cmd “Mediatriz”  e clica-se nos pontos extremos de cada lado, 2 a 2, A e B, B e C, C e A. Após esta ação surgirão as 3 Mediatrizes e, para localizar o ponto médio de cada lado, usa-se o cmd “interseção de 2 objetos” , clicando em cada lado com a sua respectiva Mediatriz. Desta forma surgirá o ponto médio de cada lado (Figuras 12a e 12b).

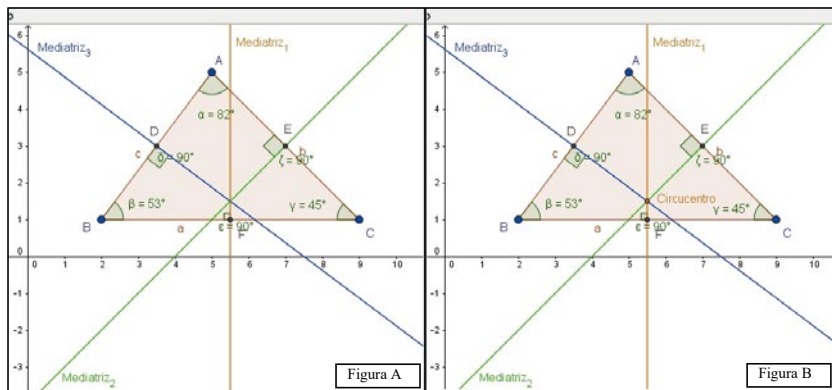
Figura 12 – a) Utilizando o cmd Mediatriz no ΔABC b) Utilizando o cmd interseção de 2 objetos para encontrar os pontos médios dos lados do Δ



Fonte: Os autores.

Didaticamente, ficará melhor para a visualização das definições se o professor destacar os objetos de estudo ao colorir as Mediatrizes, identificando-as com o ângulo reto (90°) que a mediatriz faz com o lado (Figura 13a).

Figura 13 – a) Colorindo e nomeando os elementos do ΔABC
 b) Localização do ponto notável Circuncentro

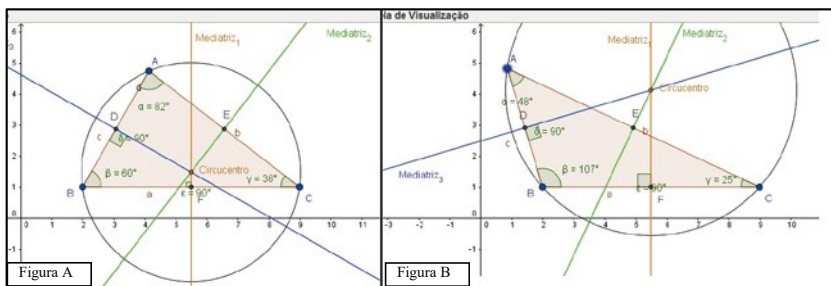


Fonte: Os autores.

Para encontrar o ponto *Circuncentro*, utiliza-se o cmd “interseção de 2 objetos” e clica-se em duas Mediatrizes, e logo aparecerá um ponto de interseção das 3 Mediatrizes, bastando renomear o ponto encontrado para o nome que deseja que apareça na tela (Figura 13b).

Uma propriedade importante na característica deste ponto notável é a seguinte P_2 : o ponto Circuncentro é o centro do círculo que passa pelos 3 vértices do triângulo dado. Nesse sentido, basta verificar esta propriedade utilizando o cmd “círculo dado um centro e um dos pontos”, clica-se no Circuncentro e no vértice A, por exemplo, surgindo, logo após, um círculo que passa pelos 3 vértices (Figura 14a) e, mudando de posição o vértice A, outra coordenada vai verificar que modificará o tamanho do círculo, mas continuará passando pelos vértices (Figura 14b).

Figura 14 – Círculo com o centro no ponto notável Circuncentro:
 a) para A (4,5) e b) para A (2,5)



Fonte: Os autores.

Ao final da demonstração, o professor pode simular quantas vezes for possível o arrasto do ponto A (Figura 14a e 14b), podendo utilizar este arrasto para questionar e debater com seus alunos cada movimento, bem como o novo formato do triângulo e os resultados mostrados na tela. Desta maneira, o professor poderá utilizar estas formas de construções para verificar qual a melhor situação para utilizar e realizar vários outros questionamentos e deixar que os alunos descubram outras formas.

Um dos professores que acompanharam a demonstração perguntou se cada movimento poderia ser salvo. É possível, a cada movimento, salvá-lo com nomes diferentes, por exemplo, experiência_1, _2, _3 em diante. Um ponto importante para o ensino é que o professor poderá utilizar estas construções e métodos de descobertas para realizar uma Avaliação Prática (AP) para agregar a Avaliação Teórica (AT) que, normalmente, utiliza apenas as tecnologias caracterizadas por papel e caneta.

Considerações Finais

Nas últimas décadas com o advento das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), tornaram-se cada vez mais necessárias as discussões e reflexões acerca dessa inclusão, considerando que a sua inserção é cogitada pelas práticas pedagógicas em busca de caminhos para a melhoria do ensino e da aprendizagem.

Sob este enfoque, baseado nos PCNs criados desde 1998, verifica-se que, atualmente, a escola pública ainda necessita de um melhor posicionamento para o fomento da promoção de atividades diversificadas, incluindo novas alternativas que possam promover um papel inovador no âmbito social e pedagógico, como unidade significativa no processo de crescimento e desenvolvimento da concepção e de competência para a formação de futuros cidadãos que serão integrados numa sociedade moderna e competitiva.

Após a apresentação do módulo NEF.803 aos três professores, estes analisaram positivamente a inserção da coletânea no dia a dia, bem como a utilização da metodologia para apresentar o conteúdo, servindo-se do *software* GeoGebra. Os três professores que acompanharam a demonstração ficaram motivados a incorporá-la nos seus estudos e em suas práticas pedagógicas em sala de aula, ressaltando que o alunado iria aprender melhor e com maior participação tanto nas aulas como no desenrolar das atividades que iriam fazer juntamente com o livro didático e/ou com os seus próprios colegas de sala. Com esta aprovação dos professores e com a sugestão para ser incluída nas formações dos profissionais docentes, o próximo passo será aperfeiçoar o módulo.

Diante do exposto, potencializa-se a convicção de que a Coletânea LABGG fundamenta-se na perspectiva didática proativa e interativa no E^A. Reafirma-se, ainda, que a utilização do *software*, como recurso didático no ensino da Matemática, constitui um caminho para o professor vivenciar com os alunos o processo de motivação, competência e habilidade, de acordo com os documentos nacionais e internacionais relatados neste estudo.

A aplicação da Coletânea no processo de E^A em Matemática pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que respeita à manipulação geométrica, percepção, cognição, simbologia semiótica, habilidades tecnológicas e coordenação motora.

Referências

ARCAVI, A.; HADAS, N. Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 5, n. 1, p. 25-45, 2000.

BARBOSA, A. F. *Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TIC Educação 2012*. São Paulo, SP, Brasil: Comitê Gestor da Internet no Brasil – Cetic.Br/Nic.Br, 2013.

BIGODE, A. J. L. *Projeto Velejar: Matemática – 8º ano (Manual do professor)*. 1. ed. São Paulo, SP, Brasil: Scipione, 2012.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação; Secretaria da Educação Fundamental, 1998a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em: 16 jun. 2017.

_____. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília-DF, Brasil: Ministério da Educação; Secretaria da Educação Fundamental, 1998b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 16 jun. 2017.

_____. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília-DF, Brasil: Diário Oficial da União, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em: 16 jun. 2017.

_____. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. 1. ed. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica, 2006.

_____. *Diário Oficial da União: Código 00012014060200010*. Brasília, DF, Brasil: Imprensa Nacional, 2014. Disponível em: <<http://www.in.gov.br/autenticidade.html>>.

DEWEY, J. *Democracia e educação*. São Paulo, SP, Brasil: Companhia Editora Nacional, 1936.

GEOGEBRA. *O que é o GeoGebra?* Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 16 jun. 2017.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática – 8º ano (Manual do professor)*. São Paulo, SP, Brasil: FTD, 2009.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A Aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. CONGRESSO DA REDE IBEROAMERICANA DE INFORMÁTICA EDUCATIVA – Ribie98 4., 1998, Brasília. *Actas...* Brasília, DF, v. 4, p. 1-24, 1998.

HOHENWARTER, M. *GeoGebra – didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht*. PhD thesis, University of Salzburg, Salzburg, 2006.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas, SP, Brasil: Papirus, 2004.

_____. Reflexões e indagações sobre a sociedade digital e a formação de um novo profissional/professor. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, España: Cáceres, v. 3, n. 2, p. 99-107, 2014.

MARIM, V.; FREITAS, A. V.; SANTOS, H. da S. Formação de professores na era da inclusão digital. *Contexto & Educação*, Ijuí, RS, v. 29, n. 94, p. 153-178, 2014.

NASCIMENTO, E. G. A. DO. *Avaliação do software GeoGebra como instrumento psicopedagógico de ensino em geometria*. 2012. 234f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2012a.

NASCIMENTO, E. G. A. DO. Proposta de uma nova aplicação como instrumento psicopedagógico na escola: O LABGG (Laboratório GeoGebra). In: DALCÍN, M.; MOLFINO, V. (Ed.). CONFERENCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA. *Actas...* Montevideo, Uruguay: Consejo de Formación en Educación – Anep, 2012b. p. 448–455.

NASCIMENTO, E. G. A. DO; SILVA, A. B. DA. Avaliando as ideias de John Dewey introduzidas na educação brasileira. In: VASCONCELOS, J. G. et al. (Ed.). *História da Educação: real e virtual em debate*. ENCONTRO CEARENSE DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 11.; ENCONTRO NACIONAL DO NÚCLEO DE HISTÓRIA E MEMÓRIA DA EDUCAÇÃO. Fortaleza, CE, Brasil: Imprece, 2012. p. 633–646.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). *Princípios e normas para matemática escolar*. 2. ed. Lisboa, Portugal: Associação Portuguesa de Matemática, 2008.

NEHRING, C. M.; SILVA, D. K. DA; POZZOBON, M. C. C. Formação de professores de matemática profissional e situações didáticas de modelagem. *Contexto & Educação*, Ijuí, RS: Ed. Unijuí, v. 21, n. 76, p. 223-238, 2006.

PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre, RS, Brasil: Artes Médicas, 1994.

SCHMIDT, I. A. John Dewey e a educação para uma sociedade democrática. *Contexto & Educação*, Ijuí, RS, n. 82, p. 135-154, 2009.

SILVA, G. da; PENTEADO, M. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de Matemática diante da imprevisibilidade. *Ciência & Educação*, Bauru, SP, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.