

Microeconomia na Educação Básica

Um Tema Portador de Contextos Significativos
para Explorar Conteúdos e Competências
em Situações de Ensino

Wagner Marcelo Pommer¹
Clarice P. C. Retroz Pommer²

Resumo

Atualmente, se intensifica a discussão em torno da articulação entre competências e conhecimentos na Educação Básica. Este texto discute uma forma de dinamizar tal relação ao se considerar a Microeconomia como portadora de contextos propícios que permitam significar conhecimentos em sintonia com o desenvolvimento de competências. Tal escolha derivou do enfoque próprio da área de Microeconomia em situar o comportamento dos consumidores perante as escolhas e restrições oriundas de seus desejos e necessidades. Tais situações podem contribuir para a formação do cidadão, oportunizando uma reflexão do consumo frente a situações financeiras cotidianas. Os temas Microeconômicos permitiram evidenciar modelos que podem prever comportamentos dos consumidores, favorecidos pela expressão de diversas representações matemáticas – aritmética, algébrica e gráfica – o que favorece o aprimoramento de estratégias diante da necessária articulação envolvendo o par conteúdos e competências na Educação Básica.

Palavras-chave: Competências. Contextos significativos. Microeconomia. Educação Básica.

¹ Doutor em Educação/ FEUSP. wmpommer@usp.br.

² Escola de Aplicação/FEUSP. claricepommer@usp.br.

MICROECONOMICS AT BASIC EDUCATION: A BEARER THEME OF MEANINGFUL CONTEXTS TO EXPLORE CONTENTS AND COMPETENCES IN TEACHING SITUATIONS

Abstract

Nowadays, it is intense the debate around the articulation between competences and knowledge at Basic Education. This paper discusses a way to update this relationship by considering Microeconomy as a bearer of propitious contexts which allows to mean knowledge in line with competences development. This choice derives from Microeconomic approach situate consumer behavior towards the choices and constraints originated of desires and needs. Such situations contribute to citizen education, by the opportunity to reflect about the consume act in face of financial everyday situations. The Microeconomy's themes allowed highlighting models that can predict consumer behavior, favored by the expression of several mathematical representations – arithmetic, algebraic and graphic – which favors the improvement of strategies in face of the necessary articulation involving the pair content and competences at Basic Education.

Keywords: Competences. Significant Contexts. Microeconomy. Basic Education.

Atualmente, se intensifica a discussão em relação ao tema competências e à possibilidade de situá-la em relação aos conhecimentos necessários que os estudantes da Educação Básica devem adquirir ante as novas realidades da sociedade moderna.

Há algum tempo, Perrenoud (1999) apontou uma contradição presente no cenário educacional: Devemos ensinar conhecimentos ou desenvolver competências? O referido autor destacou uma oscilação entre uma abordagem “clássica”, que se centraliza na exposição de temas usuais inserida num currículo cartesiano e, por outro lado, uma tendência educativa renovada, que defende alguns enfoques alternativos e com participação ativa dos alunos, como a proposta educacional de utilização de jogos e resolução de problemas.

Macedo (2005) destaca que na educação do século 21 reemergem considerações no sentido de que a meta da escola não é somente o ensino de conteúdos, mas concomitantemente deve incluir contextos para o desenvolvimento de competências.

Vale lembrar que a maior parte dos vestibulares do século 20 priorizava questões “conteudistas”, associadas a uma visão tecnicista no ensino, que fragmentava o conhecimento. Nesse sentido, há ainda instituições de Educação Básica que se organizam:

[...] como se os objetivos da Educação derivassem daqueles que caracterizam o desenvolvimento da Ciência, sendo esses decorrentes do desenvolvimento das disciplinas científicas. Estudaríamos matérias, conteúdos disciplinares, para chegar ao conhecimento científico, que garantiria uma boa educação formal; a formação pessoal decorreria daí, naturalmente (Machado, 2009, p. 17).

Ao tratar de especificidades e pormenores, tal visão fragmentada não favorece a ideia de significados aos objetos de ensino. As Ciências precisam servir as pessoas e a escola deve se reorganizar, promovendo condições na sala de aula para o desenvolvimento de competências essenciais, concomitantemente à aprendizagem de conhecimentos.

As matérias a serem estudadas não constituem um fim em si mesmo: elas são apenas um meio necessário para que a escola realize sua função de formação pessoal. A finalidade da Educação, em qualquer situação, sempre será a formação de pessoas e de profissionais competentes para a vida em sociedade e para a atuação no universo de trabalho (Machado, 2009, p. 13).

A revalorização das competências no cenário educacional ficou mais evidenciada, em parte, após a divulgação das matrizes de referências do Enem, descritas em Brasil (2009). A referida matriz por competências, no tocante à Matemática e suas Tecnologias, estão organizadas em sete itens. Neste texto, tecemos considerações com relação à competência que propõe “[...] modelar e resolver problemas que envolvam variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas” (Brasil, 2009, p. 2).

Machado (2009) destaca que nos espaços da organização escolar ainda persiste um mal-entendido, pressupondo uma separação dicotômica entre os conteúdos das disciplinas e a possibilidade do desenvolvimento de competências. Este autor pondera que não deveria haver disputa entre conteúdos e competências, pois estes polos se alimentam mutuamente e se complementam, propiciando um ambiente de interação ao aluno.

Para dirimir tal dúvida concordamos com Macedo (2005) e Machado (2009), que destacam a organização da escola em disciplinas como fato estabelecido. O que se torna necessário é um repensar na dinâmica que revitalize o contexto do currículo, concebendo-o como um mapa do conhecimento, atualizando-o em prol de uma sólida formação em sintonia com o desenvolvimento de competências.

No transcorrer do presente texto, desenvolvemos considerações sobre as relações das competências com o “aprender a aprender”, e esclarecemos o papel da ferramenta metacognitiva como suporte para a articulação da ação e da autonomia para a busca de alternativas na etapa de resolução de problemas e desafios. Em particular, discutimos e apontamos alguns temas pertencentes

à área da Microeconomia como contextos favorecedores para viabilizar a ação exploratória dos alunos ante o aprimoramento de competências que podem ocorrer na resolução de problemas envolvendo números inteiros.

Em nosso parecer, estas considerações permitem ampliar o repertório de estratégias nas relações de confluência entre as argumentações aritméticas para as algébricas. Estas possibilidades colocam a Microeconomia como uma área portadora de contextos propícios para acrescentar significados aos objetos matemáticos no âmbito na Educação Básica.

O desenvolvimento de competências e o “aprender a aprender”

Numa concepção inicial, competência vai além de um caráter instrumental, de um saber-fazer sem consciência do sentido que tal ação faz. Machado (2009) aponta a competência como sendo o buscar junto com, o esforçar-se junto com, o que envolve as atitudes de sinergia e de convergência.

Segundo Machado (2009), a competência está associada ao interesse, à motivação e ao desejo, bens preciosos que devem ser continuamente cultivados na escola. De modo mais amplo, o autor concebe competência como a(s) capacidade(s) que uma pessoa disponibiliza, mobiliza e desenvolve para aprender um objeto e que permite atingir as metas idealizadas ou almeçadas.

Vale destacar que ser competente envolve a ação de buscar e o esforçar-se junto com os pares, envolvendo sinergia e convergência, que promovem uma educação voltada para o desenvolvimento do “aprender a aprender”. Um dos veículos que possibilita desenvolver no aluno o “aprender a aprender” é o trabalho com resolução de problemas.

Assumimos a posição de Pozo (1998), que define problema como uma situação diferente, surpreendente, que constitui um obstáculo entre a proposição e a solução, onde o indivíduo reconhece que precisa ou deseja resolver, porém

ainda não dispõe de um caminho rápido e direto que permita obter a solução. A veiculação a alunos de problemas baseados em situações abertas e sugestivas exige:

[...] dos alunos uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização de conhecimentos disponíveis para dar respostas a situações variáveis e diferentes (Pozo, 1998, p. 9).

Os problemas abertos exigem uma investigação e tomadas de decisão, demanda cognitiva e motivacional maior do que resolver exercícios ou problemas fechados, situando o aluno em procedimentos e atitudes análogas à do matemático ou cientista, pois “[...] o aluno deve, diante desses problemas, realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados” (Brasil, 2006, p. 84). Isto possibilita ao aluno a aprendizagem de competências essenciais, criando condições para o desenvolvimento e uso de várias estratégias³ de resolução.

Os problemas, na concepção de proposições novas quando há obstáculo para se encontrar a(s) solução(ões), devem promover condições para que os alunos se tornem:

[...] pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. Por isso, os alunos que hoje aprenderem a aprender estarão, previsivelmente, em melhores condições de adaptar-se às mudanças culturais, tecnológicas e profissionais que nos aguardam na virada do milênio (Pozo, 1998, p. 9).

³ Echeverría e Pozo (1998) consideram estratégia as diversas formas de organizar e determinar recursos para a solução de um problema.

A metodologia de resolução de problemas pode incentivar e favorecer ao aluno a expressão de diferentes procedimentos e estratégias para encontrar respostas aos desafios propostos e, ainda, possibilidade de manifestar verbalmente ou por outras representações o que está elaborando em situações de desafio.

Durante a resolução de problemas, os argumentos do(s) aluno(s) manifestados pelos registros escritos ou falas, assim como as retroações e análises dos próprios sujeitos ante o desafio, podem levar a possíveis reelaborações ou evoluções dos encaminhamentos. Estas condições promovem a explicitação de capacidades cognitivas, incentivando o desenvolvimento do “aprender a aprender”.

Deste modo, o uso da metodologia de resolução de problemas possibilita o desenvolvimento de competências e várias habilidades, como, por exemplo, pensar, observar e selecionar dados relevantes, estimar, antecipar, analisar, identificar, dentre outros. Estes inúmeros processos exigem o reconhecimento de que existe um problema a ser aceito e entendido, o que demanda capacidades metacognitivas dos alunos.

Em síntese, o ato de explicitação das manifestações por parte dos alunos durante o processo de resolução de problemas estimula o “aprender a aprender” e situa o tema da metacognição. Etimologicamente, metacognição é a justaposição do prefixo grego *meta*, denotando mudança, transcendência e reflexão crítica sobre, acrescido do termo *cognição*, proveniente do latim *cognitione*, expressando o conjunto dos processos psicológicos mentais, realizados por meio do pensamento, da percepção, da classificação e do reconhecimento.

Autores como Toledo (2003), Ribeiro (2003), Davis, Nunes e Nunes (2005) e Jou e Sperb (2006), apontam essencialmente a metacognição como a capacidade que o indivíduo pode desenvolver em pensar sobre seu pensar, expressando, assim, como está estruturando seu pensamento a respeito de um determinado conhecimento e, se necessário, ser capaz de mobilizar recursos para reelaborá-lo.

Tal movimento favorece o sujeito, que, ao interagir com os próprios recursos, se percebe um ser com possibilidades de monitorar, elaborar e reelaborar repertórios diante de situações e desafios propostos, que demonstram cada vez mais a necessidade de aprimoramentos e facilidade para lidar com a busca de diferentes soluções.

O processo pelo qual o indivíduo expressa e tem possibilidades de perceber como pensa, como controla e pode organizar, revisar e modificar formas de resolução de situações em função dos resultados que vai conquistando, evidencia aspectos importantes implícitos em atividades que favoreçam o uso de recursos metacognitivos.

Para Ribeiro (2003), o uso de recursos metacognitivos coordena capacidades cognitivas envolvendo memória, leitura e compreensão de texto. Esta ferramenta encoraja o aluno a selecionar os dados, mobilizar ações para estabelecer relações, assim como permite aflorar estratégias básicas e essenciais na busca das soluções e verificação dos resultados, incentivando o discernimento sobre quando, quais e como utilizar estratégias em situações-problema, incentivando o “aprender a aprender”.

Ainda, a autora destaca que a metacognição contribui sobre a motivação, pois ao agir o aluno poderá regular a própria aprendizagem, controlando e gerindo os processos cognitivos, tornando-o consciente da importância de sua própria ação e adquirindo confiança nas próprias capacidades, potencializando a aprendizagem, aprimorando, assim, as competências pessoais.

Com relação a problemas matemáticos, foco do presente trabalho, Davidson, Deuser e Sternberg (1996) destacam três importantes aspectos: os dados, uma solução a ser conquistada e diferentes obstáculos a serem superados, a fim de chegar a uma solução.

No início da resolução, o aluno lê as informações e faz uma primeira representação, elaborando uma representação mental com os dados do problema e os conhecimentos pertinentes que possui. A cognição, ao intercambiar dados,

atua na resolução do problema, refazendo formas do pensar até a solução final, permitindo ao aluno o automonitoramento, a autorregulação e a elaboração de estratégias, que potencializam a cognição.

Para Toledo (2003), a identificação do que define o problema perpassa traçar uma representação mental por intermédio de esquemas, desenhos, a explicitação verbal ou escrita, o planejar como proceder para enfrentar os obstáculos que surgem e, finalmente, avaliar o próprio desempenho com relação ao saber em questão.

Em síntese, ao resolver problemas, os argumentos utilizados permitem um mapeamento dos caminhos e escolhas realizadas e as rejeitadas, revelando manifestações das capacidades cognitivas do ser. A proposta do “aprender a aprender” implica aquisição de estratégias e habilidades possibilitadoras do aprender por si mesmo, permitindo novos conhecimentos pelo monitoramento e reflexão do próprio pensamento.

Nesse sentido, a área de Microeconomia possui um acervo de situações não rotineiras no âmbito da Educação Básica e que podem ser problematizadas a fim de explorar capacidades cognitivas que ocorrem durante a interação dos alunos ao exporem as estratégias e justificativas pessoais. Desta forma, o repensar sobre as próprias manifestações durante a abordagem de determinada situação-problema favorece a reflexão e o surgimento de outras estratégias e procedimentos a partir de ações dos próprios alunos, o que pode estimular e aprimorar as competências discentes.

A importância do contexto nas situações de ensino

Situando as considerações tecidas no âmbito da prática de sala de aula, acreditamos que uma das ações imprescindíveis a serem introduzidas no atual ensino é viabilizar situações que desenvolvam uma rede de relações imersas nos polos competências e conhecimentos, sem abrir mão dos conteúdos presentes na atual grade curricular.

Uma reflexão acerca da possibilidade de promover situações de ensino significativas remete naturalmente à busca de contextos que enriqueçam as relações envolvendo certo assunto ou tema que se queira tratar.

De certo modo, isto já vem sendo realizado nas últimas décadas do século 20, pela intensa movimentação para a busca de contextos, desde que as perspectivas construtivistas se localizaram como paradigma na área educacional.

Echeverría e Pozo (1998) destacam pesquisas indicando que a semelhança entre os contextos escolares e sociais permitem viabilizar um melhor encaminhamento para a solução de situações-problema. Para se caracterizar:

[...] as tarefas escolares como verdadeiros problemas é necessário que elas tenham relação com os contextos de interesse dos alunos ou, pelo menos, adotem um formato interessante no sentido literal do termo. Parece, então, imprescindível ampliar o âmbito dos problemas escolares, tanto na sua natureza, incluindo problemas abertos [...] como no seu conteúdo, abrangendo também alguns dos problemas e situações que causam inquietação nos alunos (Echeverría; Pozo, 1998, p. 42).

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, descritos em Brasil (1997), a contextualização objetiva gerar no aluno a capacidade de compreender, interpretar e porventura atuar na realidade, de modo a favorecer duas funções básicas da Educação: o desenvolvimento da autonomia e a formação da cidadania.

O ato de contextualizar associa a experiência real dos alunos aos conhecimentos almejados, uma vez que permite:

[...] vincular os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, na vida real. Significa também incorporar vivências concretas ao que se vai aprender e incorporar o aprendizado a novas vivências (Mello; Dallan; Grellet, 2000, p. 8).

Duarte (2006) realça que a contextualização não visa trazer o ensino da Matemática somente em direção às vivências imediatas do aluno, mas também considerando as situações que permeiam o meio social, econômico e cultural. A contextualização retira o aluno de uma condição passiva, posto que, a partir dos saberes já internalizados pelos alunos, são criadas:

[...] condições de problematização pelos alunos, e então, eles se vendo parte dessa construção, (co)autores desse conhecimento, se colocam como atores principais desse teatro, que é o processo contínuo e dinâmico do aprender (Duarte, 2006, p. 3).

A contextualização permite que o novo conhecimento seja acrescentado aos anteriores, não por justaposição simples, mas pela interligação destes conhecimentos. Ampliando este sentido presente em Duarte (2006), Machado (2001, 2009) discute a questão do conhecimento e sua relação com a didática para a superação da fragmentação do saber.

Este autor aponta a necessidade de um novo olhar para a prioritária reorganização do processo de construção e circulação do conhecimento, propondo a concepção do conhecimento como “rede de significados”. A rede de significados, como metáfora, é uma imagem para representar o conhecimento. Nesta perspectiva, conhecer é:

[...] como enredar, tecer significações, partilhar significados. Os significados, por sua vez, são construídos por meio de relações estabelecidas entre os objetos, as noções, os conceitos. Um significado é como um feixe de relações. O significado de algo é construído falando-se sobre o tema, estabelecendo conexões pertinentes, às vezes insuspeitadas, entre diversos temas. Os feixes de relações, por sua vez, articulam-se em uma grande teia de significações e o conhecimento é uma teia desse tipo (Machado, 2001, p. 4).

Conforme Machado (2005), a contextualização é uma estratégia fundamental para a construção de significados, propiciando uma natural aproximação entre temas escolares e a realidade cotidiana extraescolar do aluno. Assim, à medida:

[...] que incorpora relações tacitamente percebidas, a contextualização enriquece os canais de comunicação entre a bagagem cultural, quase sempre essencialmente tácita, e as formas explícitas ou explicitáveis de manifestação do conhecimento (Machado, 2005, p. 53).

Por último, destacamos a contribuição dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, presente em Brasil (1997), documento que considera a contextualização como um referencial que permite ao aluno identificar e se identificar com as questões da realidade que lhe fazem sentido.

Equações Diofantinas Lineares: um tema favorável ao par conteúdos&competências

Considerando-se um recorte voltado ao eixo “números”, na Matemática, a Proposta Curricular do Estado, expressa em São Paulo (2008), propõe o trabalho em toda a extensão da Educação Básica por meio de situações-problema significativas envolvendo a ampliação da ideia do campo numérico, desde os Naturais até os Complexos.

A importância do eixo “números” fica evidenciada na matriz de referência para o Enem, em particular para as competências de Matemática e suas Tecnologias, onde há a menção de se “[...] construir significado para os números naturais, inteiros, racionais e reais” (Brasil, 2009, p. 5).

Considerando-se o Ensino Médio, o atual currículo implicitamente apresenta uma predominância na abordagem de situações com enfoque nos números reais. Nesse sentido, Campbell e Zazkis (2002) ressaltam que a concepção vigente, tratar os inteiros como subconjuntos dos números reais, pode conduzir a simplificações que desprezam aspectos fundamentais dos números inteiros. Deste modo, existem questões interessantes e simples envolvendo números inteiros, mas não abordadas na Educação Básica, pois geralmente são resolvidas no conjunto dos números reais e ajusta(m)-se à(s) solução(ões) particular(es) para os números inteiros.

Campbell e Zazkis (2002) questionam os motivos do escasso estudo de tópicos da Teoria dos Números⁴ no currículo de Matemática e sugerem a exploração de situações de aprendizagem que promovam a reutilização dos temas usuais no ensino básico, em conjunção com um pertinente tratamento algébrico. Brolezzi (1996) chama a atenção para o desequilíbrio existente no programa da escola básica entre a Matemática Discreta⁵ e a Matemática do Contínuo. Existe uma “elegante interação” entre essas duas correntes, que deveria ser explorada nesta faixa de ensino e o autor propõe algumas situações que ilustram esta importância.

Esta interpretação de Brolezzi (1996) possibilita uma demanda para temas envolvendo a Teoria dos Números que oportunizem a exploração da potencialidade desta interação entre o discreto e o contínuo. É uma área propícia para a formulação de questões cujas soluções envolvem o manejo articulado de conceitos integrados com a Álgebra, conforme ponderam Maranhão, Machado e Coelho (2005).

Os temas presentes na Teoria Elementar dos Números permitem explorar oportunidades para o entendimento e desenvolvimento de conceitos matemáticos, sem necessariamente envolver a aplicação direta de algoritmos, o que favorece o uso da metodologia de resolução de problemas, fato destacado em Lorenzato e Villa (1993). Isto oportuniza desenvolver competências essenciais no ensino básico, como, por exemplo, interpretar, conjecturar, argumentar, deduzir e buscas de heurísticas.

Inserida no âmbito da Teoria dos Números, as Equações Diofantinas Lineares representam um dos possíveis temas articuladores para tecer relações significativas em âmbito intra e extramatemático, de modo a aflorar estratégias de resolução diversificadas. As Equações Diofantinas Lineares representam

⁴ No atual currículo destacam-se temas envolvendo os números inteiros, tais como os divisores, os múltiplos, os números primos, a análise combinatória, as sequências numéricas, progressões aritméticas e geométricas.

⁵ Consideramos a Matemática Discreta como a área que envolve temas relativos aos números inteiros, de modo que possui elementos em conjunção com a Teoria Elementar dos Números.

uma equação algébrica de 1º grau do tipo $ax + by = c$, com a , b e c inteiros, que pode não ter solução, assim como possuir um número finito ou um número infinito de soluções inteiras.

Destacamos que tal posicionamento *não* significa a inclusão no currículo da Educação Básica das Equações Diofantinas Lineares como objeto de estudo. Ao invés disso, propomos a utilização das Equações Diofantinas Lineares como tema articulador em situações-problema que permitam mediar certas competências e alguns conceitos matemáticos presentes no atual currículo, inspirados na ideia de “rede de significados”, conforme expresso em Machado (1995).

A exploração didática de alguns temas portadores de significados da Microeconomia

Acreditamos que somente ilustrar contextos interessantes nem sempre possibilitam a construção de sentido ao aluno. A articulação do par competências&conhecimentos requer a elaboração de situações de ensino que permitam uma participação ativa do aprendiz.

No quadro delineado nos deparamos com algumas situações e temas presentes na área de Microeconomia que podem contribuir com contextos portadores de significados para o ensino de Matemática Elementar. A proposta da formação matemática do aluno do ensino básico perpassa o trato com os números inteiros e considera a questão da aplicabilidade e a importância de contextos não matemáticos. Esta posição permite estabelecer relações entre os significados dos objetos matemáticos no interior da Matemática e externamente a ela, inserida na ideia da “rede de significados”.

De modo geral, a Economia pode ser caracterizada como o estudo do modo como as pessoas e a sociedade decidem empregar recursos para produzir bens variados. Stiglitz e Walsh (2003) realçam a importância de estudos das

leis básicas que regem a Economia, pois, mesmo com as mudanças tecnológicas originadas no século 20, como o advento da informática, a velha e a nova Economia coexistem. Assim, as ideias básicas:

[...] que se adquirem ao estudar teoria econômica continuam a ajudar no entendimento da economia global de nossos dias. Como dizem Carl Shapiro e Hal Varian, da Universidade da Califórnia em Berkeley, “A tecnologia muda. Leis econômicas não mudam” (Stiglitz; Walsh, 2003, p. 4).

Em particular, a Microeconomia estuda o comportamento das unidades de consumo básicas, como os indivíduos, famílias ou as empresas, em relação aos preços dos diversos bens, serviços e fatores produtivos, evidenciando modelos que “[...] se propõem a explicar e prever o comportamento dos consumidores e dos produtores” (Miller, 1981, p. 2).

O referido autor também aponta a importância de focar o modelo microeconômico, pois este ajuda a prever o que acontecerá no mundo à nossa volta, quando o ambiente sofre alterações. Numa escala menor, a Microeconomia é a área que estuda o comportamento econômico individual de unidades básicas de consumo – indivíduos, famílias ou empresas – em relação às escolhas e às possibilidades de aquisição de bens ou serviços, que estão diretamente relacionadas por meio de preços e quantidades relativas.

Miller (1981) menciona que a coordenação de atividades econômicas é regulada pelo preço relativo, que é a razão entre preços absolutos em dois períodos distintos. Em oposição a preço relativo, o preço absoluto é aquele dado no mercado a qualquer ponto do tempo.

Para compreender o significado de preço relativo, consideremos uma situação hipotética quando um produto sofre um aumento percentual “x” e o salário de um trabalhador não tenha reajuste. Assim, o preço absoluto e relativo tem aumento percentual “x”. Se, no entanto, o reajuste percentual “x” for repassado ao salário do trabalhador, então o preço absoluto terá aumento num

percentual “x”, mas o preço relativo não terá sido reajustado. Segundo Miller (1981), os preços relativos são veículos de informação, rápidos e eficazes, para o indivíduo se situar com relação à escassez relativa do mercado. Assim:

[...] para os compradores, o preço relativo de um bem indica o que o consumidor individual precisa sacrificar, para adquirir aquele bem. Em certos casos, indica também a quantidade de recursos sacrificados para produzir aquele bem (Miller, 1981, p. 7).

O aumento do preço relativo de um bem informa que este está mais escasso. O modo, porém, pelo qual o comprador reagirá “[...] à mensagem é impossível de ser previsto em base individual, pois o número de maneiras pela qual um consumidor pode preservar o consumo de um item relativamente escasso é provavelmente infinito⁶” (Miller, 1981, p. 7).

Em contrapartida, o referido autor destaca que os produtores podem encarar o aumento no preço relativo de uma mercadoria como uma oportunidade de aumentar os lucros, dispondo de mais recursos destinados à produção.

O conflito originado pela relação *preço relativo* versus *escassez* traduz-se em muitas possibilidades de respostas dos consumidores e dos produtores. Isto leva à necessidade de uma tomada de posição referente à aquisição ou produção de um bem a um determinado preço, ou seja, surge a necessidade de uma *escolha*. Segundo Stiglitz e Walsh (2003), as pessoas e os governos sempre fazem “*escolhas*”, explícitas ou implícitas. As explícitas são as *escolhas* que um cidadão ou uma empresa faz com consciência, motivado em acordo com seus desejos e necessidades.

⁶ O termo *infinito* é utilizado pelo autor num sentido figurado e fundado no senso espontâneo, querendo expressar um grande número (finito) de possibilidades para preservar o consumo. Na Matemática, o termo infinito não pode ser entendido como um grande número, de caráter finito. O infinito tem uma concepção bem mais ampla, que poderia ser discutida a partir deste exemplo, de modo à melhor caracterizar este conceito.

Sintetizando, a Microeconomia é uma área que “[...] estuda como pessoas, empresas, governos e outras organizações de nossa sociedade fazem *escolhas* e como essas *escolhas* determinam a forma como a sociedade utiliza seus recursos” (Stiglitz; Walsh, 2003, p. 8, grifo nosso).

Explorando o par conteúdos & competências: a modelagem de temas microeconômicos

Para situar um modo de favorecer a constituição do par conteúdos e competências na Educação Básica, passamos a discorrer sobre alguns temas da Microeconomia passíveis de modelagem, utilizando como referências alguns resultados de uma pesquisa desenvolvida em torno das Equações Diofantinas Lineares, apresentadas em Pommer⁷ (2008).

Ao destacar a questão das *escolhas* na Microeconomia, perpassando um enfoque nas Equações Diofantinas Lineares, apontamos em Albuquerque (1986) um exemplo implicitamente ilustrando este conceito. Este autor expõe uma situação hipotética de uma dona de casa que vai a uma quitanda a fim de comprar três tipos de frutas, dispondo de R\$ 100,00. Como estas frutas têm o consumo dependente das condições sazonais, clima, transporte, gosto e preço, dentre outras, surgem várias possibilidades de compra. Assim:

[...] várias serão as combinações possíveis para esta dona de casa; no entanto, ela escolherá a combinação que, dentro do limite imposto por seu poder aquisitivo, melhor possa satisfazer suas necessidades (Albuquerque, 1986, p. 7).

Assumindo como incógnitas o preço de uma dúzia destas frutas e a quantidade (em dúzias) a ser adquirida, podemos explorar algumas das possibilidades de aquisição dessas frutas apontadas em Albuquerque (1986).

⁷ A pesquisa foi desenvolvida junto a um grupo de sete alunos do Ensino Médio em uma escola pública de uma comunidade periférica da cidade de São Paulo, em horário extra-aula.

Para tal fim, aproximamos esta situação proposta em Albuquerque (1986) para uma primeira modelagem de Equações Diofantinas Lineares a duas incógnitas inteiras, a partir da seguinte situação-problema:

As Compras na Quitanda

Uma dona de casa leva uma quantia de R\$ 18,00 para uma quitanda a fim de comprar melão *ou* mamão pelos preços unitários de R\$ 2,00 e R\$ 3,00, respectivamente. Não desejando gastar os R\$ 18,00 para estas compras, quais os valores que a dona de casa poderá utilizar para a compra de mamão ou melão, de modo a resultar em troco? (Pommer, 2008, p. 82).

Nesta situação, ponderou-se para a escolha de variáveis de comando:⁸

- a quantidade de tipos de frutas (duas);
- o valor a ser gasto nas compras (R\$ 18,00);
- o valor unitário das frutas (R\$ 2,00 e R\$ 3,00).

Esta situação-problema possibilita a mobilização de uma estratégia básica: a tentativa e erro. Segundo Brousseau (1996b), para fazer funcionar um conhecimento em um aluno as situações devem permitir-lhe utilizar uma estratégia de base que rapidamente deveria se mostrar ineficaz, em parte, para a busca da solução.

No caso desta situação, aplicada a um grupo de alunos do Ensino Médio, houve a mobilização por meio da tentativa e erro. As respostas destacadas no Quadro 1, a seguir, revelam a mobilização inicial para encontrar algumas das soluções. Porém, houve uma dificuldade dos alunos em organizar e sistematizar todas as soluções.

⁸ Segundo Gálvez (1996), as variáveis de comando são escolhidas pelo professor/pesquisador para provocar modificação nas estratégias de resolução de problemas. Artigue (1996) complementa que a determinação dessas variáveis e de seus intervalos fundamenta a construção de sequências didáticas que permitirão o surgimento de um determinado conhecimento.

Quadro 1 – Resultados obtidos pelos grupos G_1 e G_2	
	Seqüência de valores que podem ser usados para a compra de melão ou mamão.
Grupo G_1	2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16
Grupo G_2	3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17

[Fonte: Pommer (2008, p. 91)].

Uma estratégia mais eficaz e pertinente para o encaminhamento da situação-problema seria a modelada pela escrita algébrica dada por $2 \cdot x + 3 \cdot y = 8$. Nesta Equação Diofantina Linear a duas incógnitas “x” representa a quantidade de melões e “y” a quantidade de mamões que a dona de casa poderia adquirir. As soluções desta equação representam as possíveis “escolhas” da dona de casa, dadas pela seqüência de possibilidades de gastos, em reais: (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17).

Baseando-se nas considerações de Brousseau (1996b), a proposição de dezesseis soluções se fundamentou na possibilidade de favorecimento de modificações no sistema de conhecimentos, de modo a facilitar que os alunos abandonassem a estratégia de base e se mobilizassem para outra(s) estratégia(s) mais eficaz(es).

A partir destas considerações, decorre como uma natural consequência das possíveis *escolhas*, o denominado *Custo de Oportunidade*. O Custo de Oportunidade surge “[...] quando se decide pela produção de um bem qualquer, porém também se sacrifica algo que poderia ter sido produzido com os recursos dirigidos à produção do bem escolhido” (Albuquerque, 1986, p. 7).

Para melhor compreender como essas *escolhas* ocorrem e afetam a alocação dos recursos, Stiglitz e Walsh (2003) mencionam que as *escolhas* feitas pelas pessoas decorrem de decisões ponderadas diante das diversas alternativas e pelas vantagens ou desvantagens de determinado produto, que podem ser guiadas por incentivos ou restrições.

Conforme apontam Stiglitz e Walsh (2003), as restrições mais comuns são as de ordem temporal, que são aquelas relativas ao tempo disponível, e as de ordem orçamentária, que surgem devido ao preço ou rendimento (do indivíduo ou da empresa). As restrições de ordem orçamentária, que escolhemos como suporte para a modelagem, ocorrem quando, em dado momento, a quantidade total de recursos é fixa, e algumas compensações são necessárias. Nestas condições, destacamos, a seguir, um segundo exemplo, que ilustra a modelação de uma Restrição Orçamentária.

Qual sua escolha: CD ou DVD?

Considere a seguinte situação: Michele reserva num certo mês R\$ 60,00 para a compra de CDs ou DVDs. Um CD custa R\$ 10,00 e um DVD R\$ 15,00. Quais são as várias possibilidades de aquisição de Michelle? (Stiglitz; Walsh, 2003, p. 27).

Esta situação, aplicada a alunos de Ensino Médio, revelou uma rápida mobilização por meio exclusivamente da tentativa e erro. No Quadro 2, duas das três duplas de alunos envolvidas rapidamente encontraram todas as soluções.

A Restrição Orçamentária de Michelle implicitamente revela uma Equação Diofantina Linear, dada por $10.x + 15.y = 60$ “[...] onde x e y representam respectivamente as quantidades⁹ de CDs e DVDs possíveis que Michelle poderá adquirir” (Stiglitz; Walsh, 2003, p. 27).

Quadro 2 – Resultados obtidos na atividade pelas três duplas D_1 , D_2 e G_2

Gasto de R\$ 60,00	D_1	D_2	G_2
Soluções encontradas	3 CDs + 2 DVDs	3 CDs + 2 DVDs 6 CDs 4 DVDs	3 CDs + 2 DVDs 6 CDs 4 DVDs
Soluções faltantes	6 CDs 4 DVDs	0	0

[Fonte: Pommer (2008, p. 73)].

⁹ O autor implicitamente se refere a quantidades inteiras.

Ao elaborar a representação cartesiana das soluções deste problema, os autores teceram um comentário cuja linguagem aproxima ideias matemáticas, como o caráter discreto das incógnitas envolvidas no problema da restrição orçamentária de Michelle.

Às vezes, obviamente, nem todos os pontos do gráfico são significativos do ponto de vista econômico. É impossível comprar meio DVD ou meio CD. Na maioria dos casos ignoramos essas considerações ao plotar gráficos; consideramos que qualquer ponto da restrição orçamentária é possível (Stiglitz; Walsh, 2003, p. 36).

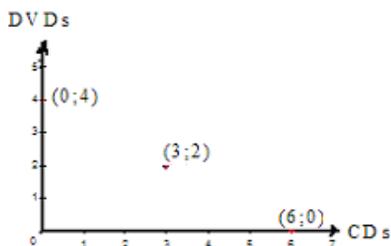
Esta situação, presente em Stiglitz e Walsh (2003), está indicada na Tabela 1 e na Figura 1.

Tabela 1 – Restrição Orçamentária de Michelle

CDs	DVDs	(CD;DVD)
0	4	(0;4)
3	2	(3;2)
6	0	(6;0)

Fonte: Stiglitz; Walsh (2003).

Figura 1: Restrição Orçamentária de Michelle¹⁰



Fonte: Stiglitz; Walsh (2003).

¹⁰ A figura original do autor apresenta um segmento de reta unindo os pontos (0;4) e (6;0). Optamos pela exclusão do segmento de reta, uma vez que as quantidades envolvidas são discretas, conforme apontamos no presente texto.

Stiglitz e Walsh (2003) mostram que o traçado da reta é comumente encontrado em livros didáticos de Economia. Em nosso parecer, há uma concepção do recurso gráfico como algo meramente ilustrativo e de comodidade para localizar resultados.

No caso da Restrição Orçamentária de Michele, porém, a representação gráfica da função discreta $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ que relaciona a variável discreta “x” à variável discreta $y = \frac{12-2x}{3}$, necessita de esclarecimentos do ponto de vista matemático. Esta representação simplificadora não permite ao aluno o entendimento de questões ligadas às quantidades discretas, podendo vir a se configurar em um obstáculo de natureza didática¹¹.

Podemos estender esta proposição por meio de outros possíveis valores. Por exemplo, ao se alterar o gasto da aquisição para R\$ 70,00, a Equação Diofantina Linear, dada por $10.x + 15.y = 70$, não apresenta solução. Este caso revelou uma dificuldade dos alunos ao mobilizarem a estratégia da tentativa e erro, conforme mostra o Quadro 3.

Quadro 3 – Resultados obtidos na atividade pelas três duplas D_1 , D_2 e G_2

Gasto de R\$ 70,00	Respostas
D_1	2 DVDs + 3 CDs = 68,00; o valor não será exato
D_2	Não encontramos possibilidades
G_2	5 CDs

Fonte: Pommer (2008, p. 73).

¹¹ O obstáculo didático é aquele relativo às escolhas realizadas num Sistema Educativo. Muitas vezes está associado a um obstáculo epistemológico, que é constitutivo do conhecimento visado, e raramente é espontâneo no ensino da Matemática, não advindo “da ignorância, da incerteza, do acaso (...), mas [sim pelo] efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seus sucessos, mas que agora se revela falso, ou simplesmente, mal adaptado” (Brousseau, 1976 apud Iglioni, 2002, p. 100).

A restrição própria da estratégia da tentativa e erro para a presente situação, em vista da inexistência de soluções inteiras, pode ser favorecedora da modelagem por meio da Equação Diofantina Linear dada por $10.x + 15.y = 70$, que, explorada do ponto de vista algébrico, pode acrescentar significados.

Conclusões e Considerações Finais

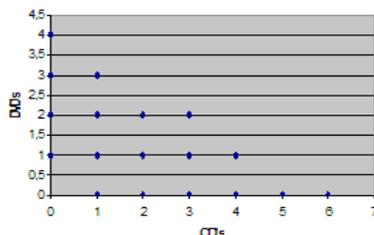
A partir da observação das respostas do Quadro 3, poderíamos avançar na exploração da concepção dos alunos, pois nem sempre um consumidor deseja gastar exatamente a quantia máxima disponível.

Este tipo de consideração, extremamente comum em termos de opções do consumidor, tem uma interpretação segundo os conceitos da Microeconomia: é o “Conjunto de Oportunidades”. O Conjunto de Oportunidades significa a lista de todas as opções possíveis ao consumidor para a aquisição de um produto “A” ou um produto “B”. Propomos, a partir da Tabela 2 e da Figura 2, a representação do Conjunto de Oportunidade para o caso de Michelle, com gasto de “até” R\$ 60,00.

Tabela 2 – O Conjunto de Oportunidades de Michelle.

CD	DVD	Gasto	CD	DVD	Gasto	CD	DVD	Gasto
0	1	15	1	2	40	3	1	45
0	2	30	1	3	55	3	2	60
0	3	45	2	0	20	4	0	40
0	4	60	2	1	35	4	1	55
1	0	10	2	2	50	5	0	50
1	1	25	3	0	30	6	0	60

Figura 2 – O Conjunto de Oportunidades de Michelle.



O Conjunto de Oportunidades desta situação seria aquele dado pelas soluções da inequação $10.x + 15.y \leq 60$, no âmbito dos números inteiros, representado pelos 18 pares ordenados delineados na figura 02. Esta seria uma boa oportunidade de abordar a resolução de uma inequação, de modo gráfico, representando soluções inteiras no âmbito do Ensino Médio, embasadas num contexto cotidiano e próximo ao aluno.

Deste modo, a Restrição Orçamentária representaria os limites do Conjunto de Oportunidades. Considerando-se o cidadão comum, o Conjunto de Oportunidades representa os pontos mais atraentes em se considerando o consumo, posto que possibilita a aquisição de maior quantidade de produtos, dentro do limite de orçamento disponibilizado, fator que poderia agregar uma interpretação aos resultados indicados na Tabela 3.

Diante destes pontos, acreditamos que a utilização de situações contextualizadas em alguns temas básicos da Microeconomia possibilita o acesso a conteúdos passíveis de serem abordados na Educação Básica no âmbito dos números inteiros: cálculos numéricos, representação cartesiana de pares ordenados, escrita algébrica e resolução de equação e inequação de 1º grau, assim como na mobilização do conceito de função de 1º grau.

Quanto ao uso de situações de modelagem utilizando conceitos da Microeconomia destacamos os contextos das *escolhas* e a *restrição orçamentária*, que propiciam a demarcação da natureza das grandezas discretas representadas pelas possibilidades de aquisição de produtos ou serviços e a delimitação de seu domínio durante a busca das soluções inteiras.¹²

¹² De acordo com Brousseau (1996a), estes recursos contribuem para a superação dos obstáculos didáticos, onde o conhecimento surge pelo desenvolvimento de novas estratégias na resolução de problemas onde a estratégia de base se mostra incapaz de resolver, possibilitado pela mudança dos valores que podem ser atribuídos às variáveis.

O contexto Microeconômico das “escolhas” e “restrições” ganha espaço para fomentar competências se considerarmos a perspectiva de cidadania pela via da construção e articulação entre projetos individuais e projetos coletivos. Estes contextos acabam sendo legítimos instrumentos portadores de significado ao possibilitar:

[...] aos indivíduos em suas ações ordinárias, em casa, no trabalho, ou onde quer que se encontre, a participação ativa no tecido social, assumindo responsabilidades relativamente aos interesses e ao destino de toda a coletividade [...] Educar para a cidadania significa prover os indivíduos de instrumentos para plena realização desta participação motivada e competente, desta simbiose entre interesses pessoais e sociais. (Machado, 1997, p. 106-107).

Esta posição é reforçada pelo *National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM), citado em Lorenzato e Villa (1993), que recomenda proporcionar oportunidades de encorajamento nos estudantes para representar matematicamente situações da vida real, assim como interpretar seus resultados à luz dessa situação.

Devemos ensinar Matemática não só por sua beleza ou pela consistência interna de suas teorias, mas também para que ela seja útil ao homem e à sociedade. É por isso mesmo que essa questão da aplicabilidade tem se constituído em preocupação para inúmeros educadores da área e, também, objeto de discussão em conferências e congressos internacionais (Lorenzato; Villa, 1993, p. 46).

O contexto Microeconômico possibilita o entendimento de questões econômicas significativas e atuais nesta sociedade globalizada, inseridas numa aproximação a uma importante realidade cotidiana dos alunos: a relação das quantias monetárias e o consumo.

Ainda, destacamos o relato sobre a importância do ato de contextualizar presente nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, quando:

[...] a contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas [...] – [assim como na possibilidade de] antecipar conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de ‘ilustrar’ o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola (Brasil, 2006, p. 83).

Por último, o artigo 14, destacado em Brasil (2012), incumbe o Ensino Médio de se apresentar como uma etapa orgânica e articulada da Educação Básica, e deve promover a função formativa para os estudantes, mediante diferentes ofertas de organização:

IX – os componentes curriculares devem propiciar a apropriação de conceitos e categorias básicas, e não o acúmulo de informações e conhecimentos, estabelecendo um conjunto necessário de saberes integrados e significativos;

XI – a organização curricular do Ensino Médio deve oferecer tempos e espaços próprios para estudos e atividades que permitam itinerários formativos opcionais diversificados, a fim de melhor responder à heterogeneidade e pluralidade de condições, múltiplos interesses e aspirações dos estudantes, com suas especificidades etárias, sociais e culturais, bem como sua fase de desenvolvimento;

XIII – a interdisciplinaridade e a contextualização devem assegurar a transversalidade do conhecimento de diferentes componentes curriculares, propiciando a interlocução entre os saberes e os diferentes campos do conhecimento (Brasil, 2012, p. 6).

Dessa forma, acreditamos que a exposição dessas situações contextualizadas em alguns conceitos básicos da área de Microeconomia, de fácil entendimento, permeando uma apresentação enriquecedora aos alunos, possibilita o uso das várias linguagens matemáticas e permite articular algumas competências essenciais: a capacidade de compreensão, ao tomar contato com as situações; a capacidade de argumentação, ao possibilitar o raciocínio e o exame de situações matemáticas em diferentes pontos de vista e estratégias diversas; a capacidade de decisão, ao realizar as possíveis escolhas no universo econômico; e a capacidade de contextualização, possibilitada pela inserção em situações cotidianas e de fácil compreensão, situadas em um entorno próximo ao aluno.

A proposta em explorar situações que fazem uso da Metacognição como recurso associado à resolução de problemas é uma oportunidade de trabalho pedagógico que favorece ao aluno a busca de estratégias pessoais de resolução, permitindo aflorar a estrutura de pensamento elaborado, a argumentação e o pensamento sobre tais estratégias, explicitando, assim, manifestações do conhecimento tácito e permitindo o exercer da própria capacidade de “aprender a aprender”.

Ainda, estes recursos possibilitam contexto de regulação e desafio, de modo a possibilitar a ação para a construção de conhecimentos e o desenvolvimento de competências essenciais, conforme Machado (2009): capacidade de compreensão (nas habilidades de leitura e interpretação de texto), capacidade de expressão (habilidade de conjecturar) e capacidade de tomar decisões ao desenvolver ferramentas (mobilizar estratégias e conhecimentos anteriores para a busca mais eficiente de soluções).

Estes encaminhamentos permitem dar significado a conceitos matemáticos fundamentais, envolvendo quantidades discretas, para indivíduos que sejam tomadores de decisão com relação às possibilidades de suas escolhas, dentro de sua própria restrição orçamentária.

Além dos assuntos apresentados, a Microeconomia apresenta outros temas que poderiam ser pesquisados para embasar situações de ensino para articular e dar significado a alguns temas do currículo de Matemática, associadas a situações-problema. Este enfoque permitiria contribuir para um importante objetivo da educação, que é a formação das pessoas e profissionais para a vida em sociedade e no universo de trabalho, em um contexto de articulação entre conteúdos e competências.

Referências

ALBUQUERQUE, M. C. C. *Microeconomia*. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1986.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4, p. 193 -217.

BRASIL. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 2006.

_____. *Matriz de Referência para o Enem*. Brasília: MEC, 2009.

_____. *Orientações curriculares nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 2012.

_____. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. Brasília: MEC. 1997.

BROLEZZI, A. C. *A tensão entre o discreto e contínuo na História da Matemática e no ensino da Matemática*, 1996. 86 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da USP, São Paulo, 1996.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da Matemática. In: BRUN, J. *Didática das Matemáticas*. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. p. 35-113. Cap. 1.

_____. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996b. p. 48-72. Cap. 4.

CAMPBELL, S.; ZAZKIS. Toward Number Theory as a Conceptual Field. In: CAMPBELL, S.; ZAZKIS (Org.). *Learning and Teaching Number Theory*. London: Ablex Publishing, 2002. p. 1-14. Cap. 1.

DAVIDSON, J. E.; DEUSER, R; STERNBERG, R. J. The Role of Metacognition in Problem Solving. In: METCALFE, J; SHIMAMURA, A. (Ed.). *Metacognition: Knowing about knowing*. Massachusetts: Bradford, 1996.

DAVIS, C.; NUNES, M. M. R.; NUNES, C. A. A. Metacognição e sucesso escolar: articulando teoria e prática. *Cadernos de Pesquisa*, v. 35, n. 125, maio/ago. 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/cp/v35n125/a1135125.pdf>>. Acesso em: 14 out. 2008.

DUARTE, E. F. *Contextualização em educação Matemática*. Minas Gerais: UEMG, 2006. Disponível em: <www.divinopolis.uemg.br/revista/revista-eletronica2/artigo1>. Acesso em: 21 maio 2006.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. *A solução de problemas: aprender para resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

GÁLVEZ, G. A didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didática da Matemática: Reflexões* p. Porto Alegre: ArtMed, 1996. p. 26-35. Cap. 2.

IGLIORI, S. B. C. A Noção de “Obstáculo Epistemológico” e a educação Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Educação Matemática: uma introdução*. 2. ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 99-113.

JOU, G. I.; SPERB, T. M. Metacognition as regulatory strategy of learning. *Psicol. Reflex. Crit.*, Porto Alegre, v. 19, n. 2, 2006. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722006000200003&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 14 out. 2010.

LORENZATO, S.; VILLA, M. C. Século XXI: qual Matemática é recomendável? A posição do “The National Council of Supervisors of Mathematics”. *Revista Zetetiké*, Campinas, ano I, n. 1, p. 41-49, 1993.

MACEDO, L. Competências e habilidades: elementos para uma reflexão pedagógica. In: *Enem: fundamentação teórico-metodológica*, 2005. p. 13-28. Disponível em: <<http://www.cefetsp.br/edu/eso/competenciashabilidades.html>>. Acesso em: 15 maio 2011.

MACHADO, N. J. A universidade e a organização do conhecimento: a rede, o tácito, a dádiva. São Paulo: *Estudos Avançados*, v. 15, n. 42, p. 1-14, 2001. Disponível em: <<http://www.scielo.br/scielo.php>>. Acesso em: 20 ago. 2006.

_____. Disciplinas e competências na escola: os meios e os fins. In: MACHADO, N. J. *Educação, competência e qualidade*. São Paulo: Escrituras, 2009. p. 13- 93.

_____. *Ensaio transversais: cidadania e educação*. São Paulo: Escrituras Editora, 1997.

_____. *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Editora Cortez, 1995.

_____. Interdisciplinaridade e contextualização. In: INEP. *Enem (Exame Nacional do Ensino Médio)*. Fundamentação teórico-metodológica. Brasília, DF, 2005. p. 41-53. Cap. 1.

MARANHÃO, M. C. S.A.; MACHADO, S. D. A.; COELHO, S. P. *O que se entende por Álgebra?* São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

MELLO; G. N.; DALLAN, M. C.; GRELLET, V. *Proposta pedagógica e autonomia da escola: novos paradigmas curriculares e alternativas de organização pedagógica na educação brasileira*. Secretaria do Estado do Paraná, 2000. Disponível em: <<http://www.nanodemello.com.br/pdf/escritos/outros/propedauton>>. Acesso em: 5 out. 2010.

MILLER, R. L. *Microeconomia: Teoria, questões e aplicações*. São Paulo: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1981.

PERRENOUD, P. *A arte de construir competências*. 1999. Disponível em: <www.fag.edu.br/.../A%20ARTE%20DE%20CONSTRUIR%20COMPETENCIAS1.doc>. Acesso em: 15 maio 2010.

POMMER, W. M. *Equações Diofantinas Lineares: um desafio motivador para alunos do Ensino Médio*. 2008. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

POZO, J. I. *A solução de problemas: aprender para resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem. *Psicologia: reflexão e crítica*, p. 109-116, 2003.

SÃO PAULO. *Proposta curricular do Estado de São Paulo: Matemática/Ensino Fundamental (Ciclo II) e Médio*. São Paulo: SEE, 2008.

STIGLITIZ, J. E.; WALSH, C. E. *Introdução à Microeconomia*. 3. ed. Tradução Helga Hoffmann. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2003.

TOLEDO, M. E. R. O. *As estratégias metacognitivas de pensamento e o registro matemático de adultos pouco escolarizados*. 2003. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.

Recebido em: 16/6/2012

Aceito em: 22/10/2013