

## ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DE 8º ANO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Ana Muller<sup>1</sup>  
Silvana Martins<sup>2</sup>  
Maria Dullius<sup>3</sup>

### RESUMO

Neste artigo apresenta-se parte de uma investigação maior que buscou averiguar a influência de práticas de leitura e de escrita como facilitadoras nos processos de compreensão, interpretação e resolução de problemas matemáticos. Especificamente, neste texto, optou-se por discutir diferentes estratégias de resolução de problemas matemáticos. As atividades foram desenvolvidas com oito alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, tendo como principais fundamentos teóricos Dante (2009), Cavalcanti (2001) e Alves (2006), que destacam a importância do trabalho com resolução de problemas matemáticos, assim como ressaltam a utilização de diferentes estratégias como fundamentais para a aprendizagem dos alunos. No decorrer do desenvolvimento das atividades foram exploradas diferentes formas de resolver problemas, com o objetivo de apresentar para os alunos que é possível usar variadas formas para chegar ao mesmo resultado. Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados o diário de campo da pesquisadora Ana Muller, os cadernos individuais dos alunos, bem como observações e filmagens. Destaca-se a dificuldade enfrentada pelos alunos nas primeiras atividades de formulação de problemas matemáticos e certa resistência em relação a aceitar que um mesmo problema poderia ser resolvido de diferentes maneiras, porém percebeu-se um acentuado crescimento nesse aspecto no decorrer das atividades.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Currículo. Metodologia de ensino.

### STRATEGIES USED BY STUDENTS OF 8TH YEAR IN THE SOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS

### ABSTRACT

In this article we present a part of a larger investigation that sought to ascertain the influence of reading and writing practices as facilitators in the processes of understanding, interpreting and solving mathematical problems. Specifically, in this article, we opted to discuss different strategies for solving mathematical problems. The activities were developed with eight students from an 8th grade class of primary school, having as main theoretical foundations, Dante (2009), Cavalcanti (2001) and Alves (2006) that emphasize the importance of work with solving mathematical problems, as well as the use of different strategies as fundamental for student learning. During the development of the activities, different ways of solving problems were explored, presenting to the students that it is possible to use other ways to reach the same result for the proposed activity. As data collection instruments were used the Ana Muller researcher's field diary, students' individual notebook, observations and filming. The difficulty faced by the students in the first activities of formulating mathematical problems, including resistance to accepting that the same problem could be solved in different ways, was noted, but there was a marked increase in this aspect.

**Keywords:** Mathematics teaching. Curriculum. Teaching methodology.

RECEBIDO EM: 17/9/2017

ACEITO EM: 6/2/2018

<sup>1</sup> Doutoranda de Ensino da Universidade do Vale do Taquari – Univates. Professora da Educação Básica. [anapmuller@universo.univates.br](mailto:anapmuller@universo.univates.br)

<sup>2</sup> Doutora em Educação. Professora da Universidade do Vale do Taquari – Univates. [smartins@univates.br](mailto:smartins@univates.br)

<sup>3</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Professora da Universidade do Vale do Taquari – Univates. [madalena@univates.br](mailto:madalena@univates.br)

Em relação às aulas de Matemática, especificamente na resolução de problemas, os alunos encontram muitas dificuldades que, na maioria das vezes, estão associadas à interpretação do seu enunciado. Uma das maneiras de amenizar essas dificuldades e auxiliar os alunos é explorar a utilização de diferentes estratégias para resolver um problema proposto e obter o resultado correto. Assim, surgiu a ideia de desenvolver a pesquisa com o intuito de identificar como a leitura e a escrita nas aulas de Matemática podem auxiliar os alunos na interpretação e resolução de problemas matemáticos.

Com o propósito de investigar os aspectos apontados, apresenta-se, aqui, um recorte da dissertação de Mestrado da primeira autora deste artigo. A pesquisa desenvolvida teve como objetivo maior verificar a influência da leitura e da escrita na interpretação e resolução de problemas matemáticos. Para tanto, realizou-se uma intervenção pedagógica com alunos de 8º ano do Ensino Fundamental para abordar a elaboração de enunciados de problemas e perguntas, pois esse tipo de atividade desenvolve no aluno o ato de pensar, o que auxilia na interpretação e compreensão dos problemas.

Neste artigo tem-se como objetivo apresentar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos durante a prática pedagógica desenvolvida. Busca-se, também, apresentar alguns referenciais teóricos que sustentaram a pesquisa realizada, abordando, principalmente, a importância do ensino e da aprendizagem por meio da resolução de problemas e a relevância de explorar a utilização de diferentes estratégias para solucionar problemas matemáticos.

Num terceiro momento são apresentados os procedimentos metodológicos desenvolvidos durante a realização da proposta pedagógica. A seguir são descritas algumas atividades realizadas durante a intervenção pedagógica, envolvendo o contexto apresentado e a análise das resoluções. Na sequência são tecidas considerações sobre as aulas, baseadas no diário de campo da professora, nos cadernos individuais dos alunos e na entrevista semiestruturada. Conclui-se o artigo com as considerações finais.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A ênfase do ensino baseado na resolução de problemas é um tema que vem sendo cada vez mais pesquisado e inserido na sala de aula dos professores de Matemática nas escolas. Pode-se perceber, porém, em muitos momentos, que a Matemática ainda é trabalhada com base em resolução de cálculos e fórmulas prontas. Conforme apontado por Alves (2006, p. 18), a “Matemática vem sendo trabalhada, dando-se ênfase à manipulação de símbolos e regras de cálculos” e isso tem tornado os “alunos meros receptores de regras e procedimentos, negando-lhes uma participação ativa na construção do seu conhecimento”.

Assim, considera-se importante propor aos alunos desafios que instiguem o desenvolvimento das estratégias de resolução dos problemas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998, p. 39), “em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, [...] apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática”.

As palavras de Dante (2009, p. 62) vão ao encontro dos PCNs:

A resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, por meio da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo.

A resolução de problemas pode ser considerada uma metodologia de ensino capaz de aproximar os conhecimentos matemáticos da realidade dos alunos, proporcionando o desenvolvimento do pensamento lógico e a utilização de diferentes estratégias. Corroborando, Alves (2006, p. 23) enfatiza que a aprendizagem, por meio da resolução de problemas, aproxima o aluno da realidade e torna-se significativa.

A proposta de Resolução de Problemas é apontada pelos educadores matemáticos como ponto de partida para a atividade matemática, baseando-se no princípio de que o conhecimento ganha significado quando o aluno se envolve com situações desafiadoras nas quais trabalha para desenvolver estratégias de resolução.

O ensino a partir da resolução de problemas, conforme descrito por Cavalcanti (2001, p. 123), “se inicia após a introdução de conteúdos matemáticos, ou seja, após as operações serem apresentadas aos alunos”. A exigência da apresentação de um cálculo, segundo a autora, muitas vezes pode dificultar a compreensão e, em consequência, a elaboração de estratégias a serem usadas para a resolução. Ainda de acordo com os PCNs (BRASIL, 1998, p. 40), “para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas”.

Diante desse cenário, é importante incentivar os estudantes para que se tornem capazes de enfrentar situações novas ou diferentes, buscando novos conhecimentos e habilidades. O trabalho com resolução de problemas, explorando a utilização de diferentes estratégias, instiga no aluno a capacidade de aprender a aprender, que é o grande desafio do processo educativo. A abordagem de resolução de problemas nas aulas de Matemática estimula o estudante a buscar, por conta própria, o caminho para a solução desses problemas, ao invés de esperar por uma resposta pronta oferecida pelo livro didático ou pelo professor.

Para Pozo (1998, p. 60), “as estratégias de resolução de problemas seriam formas conscientes de organizar e determinar os recursos de que dispomos para a solução de um determinado problema”. Seguindo a mesma linha de pensamento, Cavalcanti (2001, p. 121) destaca que utilizar diferentes estratégias de resolução pode possibilitar, ao aluno, refletir sobre o processo, o que o auxilia na construção da sua autonomia e autoconfiança em relação à sua forma de pensar matematicamente. Este autor ressalta ainda que “incentivar os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade” (p. 121). Um problema pode envolver muito mais do que a simples resolução das operações.

Assim, as aulas propostas pelos professores de Matemática devem procurar possibilitar que o aluno desenvolva estratégias e teste vários caminhos para solucionar o problema à sua maneira, de acordo com sua realidade e raciocínio. Lopes e Carvalho (2009, p. 89) destacam:

A resolução de problemas é fundamental aos alunos da educação básica, pois é essencial que eles se confrontem com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los. Da mesma forma, é importante que eles problematizem situações diversas e redijam enunciados a serem confrontados por outros.

Durante as aulas de Matemática é importante que o professor incentive os alunos a solucionarem e elaborarem problemas, socializando ideias com o grande grupo. Assim, terão possibilidade de confrontar diferentes soluções, aprendendo a ouvir críticas e a valorizar seus próprios trabalhos. Do mesmo modo, os estudantes podem ser encorajados a explicarem o processo e a forma como o resultado é interpretado.

Cabe ressaltar, também, a importância de seguir as quatro etapas da resolução de problemas propostas por Polya (1995), fundamentais para o aluno obter êxito na resolução dos problemas. Além disso, elas permitem que o aluno e também o professor percebam as dificuldades. São elas:

- 1ª etapa: Compreensão do problema – neste momento é necessário identificar os dados conhecidos, e também os desconhecidos, ou seja, o objetivo a ser alcançado.
- 2ª etapa: Elaboração de um plano – é importante a concepção do aluno para elaborar um plano ou estratégia que será utilizada na obtenção do resultado para a incógnita do problema.
- 3ª etapa: Execução do plano – o aluno passa a executar o plano elaborado até chegar à solução. Caso aconteça algum imprevisto ou erro na elaboração do plano, deve-se voltar à etapa anterior e reelaborar a estratégia a ser utilizada.
- 4ª etapa: Verificação dos resultados – neste momento deve-se verificar se a pergunta do problema foi respondida.

Essas quatro etapas podem ajudar o aluno a estabelecer o seu processo de elaboração de estratégia e de resolução de um dado problema. No decorrer da aplicação dessas quatro etapas o aluno deverá se questionar, o que o auxiliará na organização do seu pensamento.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste artigo apresenta-se uma parte dos resultados da pesquisa já mencionada, a qual foi embasada nos pressupostos do estudo de caso com abordagem qualitativa. A coleta de dados, durante as atividades desenvolvidas, foi realizada a partir de observação, filmagens, bem como do diário de campo da pesquisadora Ana Muller e dos cadernos de resoluções dos alunos.

A prática pedagógica desenvolvida pela professora, primeira autora deste trabalho, ocorreu durante o período regular de aulas, em uma escola municipal de Lajeado, região do Vale do Taquari, RS, na qual estudavam aproximadamente 180 alunos distribuídos nas turmas da pré-escola até o 9º ano do Ensino Fundamental. Cabe salientar que a prática realizada abordou diferentes estratégias de resolução de problemas.

A turma na qual a prática foi desenvolvida era composta por oito alunos, três meninos e cinco meninas, com idades variando de 13 a 16 anos, identificados como A1, A2 e assim sucessivamente. Esta turma, de 8º ano do Ensino Fundamental, frequentava as aulas no período da manhã e, semanalmente, os alunos tinham quatro períodos de Matemática de 50 minutos cada. A característica da turma era de ser muito agitada. Os alunos conversavam muito e pareciam, muitas vezes, desmotivados para o estudo, não realizando as atividades propostas pelos professores.

Buscando investigar a contribuição de atividades de leitura, de escrita e de resolução de problemas matemáticos, foram desenvolvidas várias atividades num período de 20 encontros, distribuídos em 32 horas. Este artigo, porém, refere-se somente a uma das atividades que exploraram a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas matemáticos. Esta atividade, apresentada na sequência, foi composta por 7 problemas propostos aos alunos.

### DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

A atividade teve como objetivo explorar e discutir a utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas matemáticos. Para alcançar o objetivo os alunos, em duplas, foram desafiados a resolver os diferentes problemas apresentados nos Quadros 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, em que facilmente se pode perceber a possibilidade de utilização de diferentes estratégias de resolução.

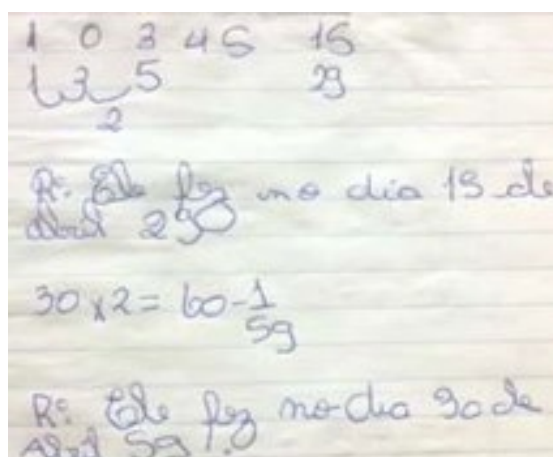
#### **Quadro 1 – Problema 1, apresentado aos alunos**

1 – Como parte de seu programa de ginástica, Beto decidiu fazer abdominais toda manhã. Em 1º de abril ele fez apenas um, no dia 2 de abril fez três abdominais; no dia 3 de abril ele fez cinco e no dia 4 de abril fez sete. Suponha que Beto tenha continuado a aumentar o número de abdominais a cada dia, seguindo esse padrão durante todo o mês de abril. Quantos abdominais ele fez no dia 15 de abril? Quantos abdominais ele fez no dia 30 de abril?

Fonte: Planejamento do Professor adaptado de Allevato e Onuchic (2008 – Mídia Digital).

Inicialmente os alunos mostraram resistência para realizar as atividades, mas, aos poucos, com o auxílio da pesquisadora, buscaram de algum modo chegar ao resultado. Na Figura 1 apresenta-se a resposta do problema, desenvolvida pelo aluno A3.

Figura 1 – Resposta do problema 1 apresentada por A3



Fonte: Caderno de resolução do aluno A3 (2013).

Nesta resposta referente ao problema 1 (Figura 1), pode-se observar que o aluno conseguiu compreender e interpretar as perguntas e que, inicialmente, realizou uma sequência para organizar um padrão. Seguindo esse raciocínio, o estudante obteve êxito em perceber e representar em forma de cálculo o padrão encontrado, alcançando a resolução do problema.

Destaca-se a importância de o aluno compreender o que está sendo solicitado, pois, durante a realização dessas atividades em sala de aula, constatou-se que 2 alunos haviam interpretado o problema de maneira errada, realizando um cálculo de soma do total de abdominais realizados nestes dias. Seis alunos obtiveram êxito nesse problema. Destes, 4 utilizaram a estratégia de tabela para organizar uma sequência e encontrar um padrão e, em seguida, utilizaram um cálculo para chegar ao resultado; 2 organizaram os dados em tabela e outros 2 alunos não conseguiram encontrar o resultado correto, utilizando o cálculo formal para chegar ao resultado.

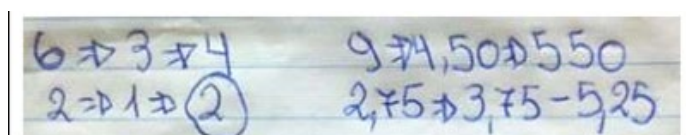
### **Quadro 2 – Problema 2, apresentado aos alunos**

2 – O João foi a uma loja e gastou a metade do dinheiro que tinha e ainda mais um real. Depois entrou numa segunda loja e gastou metade do dinheiro que lhe restava e ainda mais um real, tendo esgotado o dinheiro todo. Quanto dinheiro tinha ele antes de ir à primeira loja?

Fonte: Fonte: Planejamento do Professor adaptado de <[http://www.rumos.pt/ProFuturo\\_2012.pdf](http://www.rumos.pt/ProFuturo_2012.pdf)>.

Os alunos inicialmente tiveram muita dificuldade para começar a resolver este problema, principalmente porque não apresentava nenhum valor numérico no seu enunciado. Com alguns exemplos discutidos com a turma, porém, conseguiram resolver. Na Figura 2 apresenta-se a resposta desenvolvida por A2.

Figura 2 – Resposta do problema 2 apresentada por A2



Fonte: Caderno de resolução do aluno A2 (2013).

Os estudantes ficaram muito confusos com a resolução deste problema. Achavam que deveriam realizar um cálculo, porém, segundo eles, o enunciado não apresentava nenhum dado numérico. Conversando com os alunos e trocando ideias, eles conseguiram compreender que deveriam partir de um exemplo para que o problema se tornasse fácil. A partir dessas discussões, os alunos resolveram o problema de diferentes maneiras. O aluno A2, por exemplo, utilizou números e o resolveu a partir do método da tentativa, mais uma estratégia de resolução de problemas matemáticos.

Destaca-se a importância de resolução de problemas não convencionais, pois assim os alunos sentem-se desafiados para encontrar a resolução. Após os questionamentos da professora, todos conseguiram perceber que os números estavam escritos por extenso, como “um real”. Assim, todos obtiveram êxito na resolução deste problema.



**Quadro 3 – Problema 3, apresentado aos alunos**

3 – Num sítio existem 21 bichos, entre patos e cachorros. Sendo 54 o total de pés desses bichos, calcule o número de patos e o número de cachorros.

Fonte: Fonte: Planejamento do Professor adaptado de <<http://www.educacional.com.br/upload/dados/materialapoio/60080001/3087881/Desafio 1Resposta.pdf>>.

Após a experiência com a resolução do problema número 2, os alunos perceberam que poderiam utilizar diferentes formas para encontrar o resultado de um problema. Na Figura 3 consta a resposta desenvolvida por A3.

Figura 3 – Resposta do problema 3 apresentada por A3

Handwritten work by student A3 showing a system of equations and several trial solutions:

$$\begin{cases} p + c = 21 \\ 2p + 4c = 54 \end{cases}$$

Trial solutions shown:

- $10 + 11 = 21$
- $20 + 44 = 64$
- $11 + 10 = 21$
- $22 + 40 = 62$
- $13 + 8 = 21$
- $26 + 32 = 58$

Fonte: Caderno de resolução do aluno A3 (2013).

Durante a resolução deste problema observou-se que os estudantes, inicialmente, utilizaram somente um critério para encontrar o número de patos e cachorros. A professora, então, começou a questionar sobre o fato de relacionar o número de animais com a respectiva quantidade de patas. Salienta-se que, apesar de o problema apresentar um enunciado pequeno, exigiu dos estudantes boa compreensão e interpretação do que estava sendo solicitado. Foram necessários os questionamentos da professora para que conseguissem organizar e elaborar um plano de execução. Este plano está apresentado na Figura 3, a partir da resolução de A3, que resolveu o problema utilizando tentativas para tornar as sentenças verdadeiras.

Figura 4 – Resposta do problema 3 apresentado pelo aluno A7

Handwritten work by student A7 showing a trial solution:

10 cachorro + 40 } + 6 = 24 } 54  
 11 patas + 22 } + 15 = 30

Fonte: Caderno de resolução do aluno A7 (2013).

Na Figura 4 apresenta-se outra forma de resolução para o problema 3, realizada por A7. Este aluno organizou de maneira diferente os dados para conseguir encontrar o número de patos e cachorros que estava sendo solicitado. Aponta-se que, no momento da correção dos problemas, as duas formas de resolução foram apresentadas pelos alunos e compartilhadas com os colegas, para todos perceberem que existem diferentes modos de resolução.

Este problema não foi resolvido por 4 alunos, que relataram não ter conseguido resolver o problema. Mesmo após alguns questionamentos da professora, não souberam como começar a elaborar a estratégia. Entre os outros 4 alunos, 2 obtiveram êxito na resolução, conforme apresentado nas Figuras 3 e 4, e 2 alunos não conseguiram encontrar o resultado certo.

#### **Quadro 4 – Problema 4, apresentado aos alunos**

4 – Numa cidade, neste ano, o número de ratos é de 1 milhão e o número de habitantes é de 500 mil. Se o número de ratos duplica a cada cinco anos, e o número de habitantes duplica a cada 10 anos, qual o número de ratos por habitante, daqui a 20 anos?

Fonte: Fonte: Planejamento do professor adaptado de:  
<[https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/producao\\_tecnica\\_da\\_decima\\_quarta\\_olimpiada\\_matematica.ppt](https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/producao_tecnica_da_decima_quarta_olimpiada_matematica.ppt)>.

Cabe destacar, neste momento, a dificuldade dos estudantes relacionada à compreensão e interpretação da questão 4. Foi necessária a interferência da professora, solicitando e incentivando que fizessem a leitura novamente, com calma, buscando identificar a incógnita e, posteriormente, organizar os dados para alcançar o resultado. Na Figura 5 apresenta-se a resposta desenvolvida por A3.

Figura 5 – Resposta do problema 4 apresentada por A3

Handwritten student work for problem 4. It shows two columns of multiplication. The first column starts with 1,000,000 and multiplies by 2 four times, resulting in 16,000,000. The second column starts with 500,000 and multiplies by 2 twice, resulting in 200,000. Below the calculations, the student writes: "R: Número de ratos e de 16.000.000" and "E de habitantes é 20000".

Fonte: Caderno de resolução do aluno A3 (2013).

O problema 4 foi considerado pelos alunos como o mais difícil de ser compreendido. Alguns demoraram a perceber que deveriam separar e organizar os dados para realizar dois cálculos e depois comparar os resultados obtidos. Outros encontraram dificuldade para relacionar o significado da palavra “duplica”, utilizada no enunciado.



Essa dificuldade é apontada por Dante (2009, p. 54), quando explicita que “é preciso que o professor faça a distinção dessas palavras para os alunos e esclareça o significado de termos desconhecidos”. Assim, após uma intervenção da professora em relação às dificuldades apresentadas, os estudantes conseguiram elaborar um plano e executá-lo na busca de um resultado. Destaca-se que apenas 3 alunos obtiveram êxito na resolução deste problema, observando que o aluno A3 cometeu um erro na quantidade de zeros para escrever os dados do problema. Dos demais 5 alunos, 1 deles não resolveu o problema e os outros 4 não acertaram a resposta.

### **Quadro 5 – Problema 5, apresentado aos alunos**

#### **Alimentação**

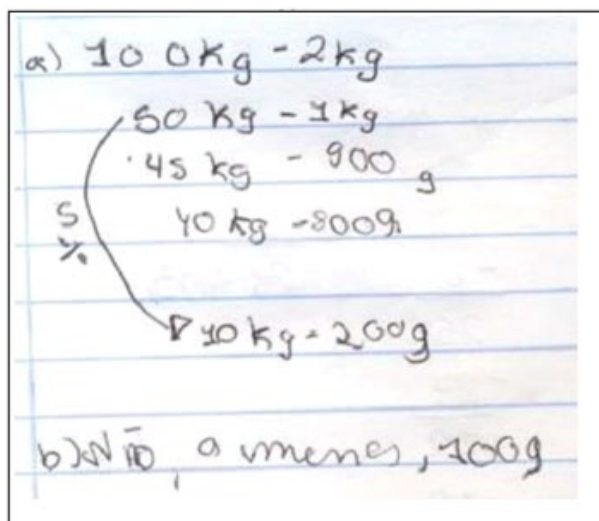
Por dia, um homem precisa comer aproximadamente o equivalente a 2% da sua massa para manter o corpo em temperatura adequada. Por outro lado, um rato precisa diariamente de uma quantidade de alimentos equivalente a 50% da sua massa (por isso é que se tem a impressão de que ele está sempre comendo). Nessas condições, responda:

- Quantos quilogramas você precisa comer por dia?
- Uma criança de 45 quilos comeu 800 gramas de alimento num dia. Ela comeu a quantidade suficiente para manter a temperatura adequada do corpo? Comeu a mais ou a menos? Quanto?
- Um rato comeu 105 gramas de alimentos num dia. Isso corresponde a 50% da sua massa. Qual é a massa do rato?

Fonte: Planejamento do professor adaptado de Dante (2009).

Como no decorrer das atividades da intervenção pedagógica foram utilizados outros exemplos que envolviam porcentagem, este problema também instigou os alunos a encontrarem o resultado. Na Figura 6 apresenta-se a resposta desenvolvida por A7.

Figura 6 – Resposta das letras a e b do problema número 5 de Alimentação, apresentada por A7



Fonte: Caderno de resolução do aluno A7 (2013).

Na resposta apresentada destaca-se que o estudante conseguiu fazer uma relação muito importante para calcular o percentual solicitado no problema, salientando-se que os demais colegas de turma encontraram dificuldades neste problema, pois não lem-

bravam como calcular percentual. A7 foi para o quadro e, com a ajuda da professora, realizou a explicação sobre o conteúdo, demonstrando para os demais colegas como organizava seu pensamento na resolução do problema com porcentagem. Cinco alunos obtiveram êxito na resolução deste problema, sendo que 3 utilizaram a organização de uma tabela e 2 utilizaram o cálculo formal. Destaca-se ainda que 3 alunos não conseguiram chegar ao resultado.

**Quadro 6 – Problema 6, apresentado aos alunos**

*Litros de suco*

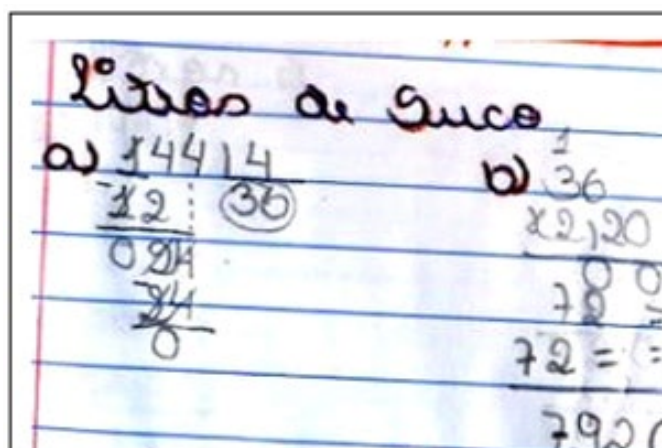
Uma escola serve merenda a 144 alunos diariamente. Sabendo-se que 1 litro de suco dá para 4 copos e que, durante a merenda, cada aluno recebe um copo de suco, responda:

- a. Quantos litros de suco são necessários por dia?
- b. Se cada litro de suco custa R\$ 2,20, qual seria o gasto diário total com sucos?
- c. Se déssemos uma nota de R\$ 50,00 para pagar esse gasto diário total, receberíamos troco?

Fonte: Fonte: Planejamento do professor adaptado de Dante (2009).

Após a explicação na alternativa “a” para o conteúdo de porcentagem, os demais estudantes passaram a utilizar a forma de calcular da colega A7 para efetuar os demais cálculos que são apresentados na resolução do aluno A8 (Figura 7), que obteve êxito neste problema.

Figura 7 – Resposta das letras “a” e “b” do problema número 6 dos litros de suco, apresentada por A8



Fonte: Caderno de resolução do aluno A8 (2013).

Nestas resoluções, apresentadas para as alternativas “a” e “b” do problema litros de suco, os alunos obtiveram êxito. Destaca-se que A8 (Figura 7) conseguiu extrair os dados necessários para a resolução de cálculos, fato indispensável para aquelas perguntas. Em relação aos demais alunos, precisaram de auxílio na compreensão e na interpretação, ficando evidenciado que, após a ajuda da professora, todos conseguiram resolver o problema. Na Figura 8 apresenta-se a resposta desenvolvida por A7.

Figura 8 – Resposta da letra “c” do problema número 6 dos litros de suco apresentada por A7

c) Não, faltaria, 28 com 20 centavos

Fonte: Caderno de resolução do aluno A7 (2013).

Nesta resolução, apresentada na Figura 8, salienta-se a utilização do cálculo mental por A7. Durante a realização da atividade foi possível observar que este estudante realizava mentalmente esta operação, apresentando somente o resultado final. Destaca-se que, no decorrer da atividade foi solicitado que os alunos escrevessem ou representassem como haviam chegado ao resultado. Este problema foi considerado mais fácil pelos estudantes: 6 obtiveram êxito na resolução deste problema e somente 2 não conseguiram resolvê-lo.

### Quadro 7 – Problema 7, apresentado aos alunos

Álbum de figurinhas

Felipe e Josué estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. Felipe já tem 190 figurinhas coladas no álbum e Josué tem 178. Se Felipe conseguir 28 figurinhas fazendo trocas com seus colegas de escola, e Josué conseguir 37:

- Qual dos dois ficará com mais figurinhas no álbum?
- Quantas ele terá a mais que o outro?
- Quantas ainda faltarão para Felipe e Josué se o total de figurinhas do álbum for 300?
- Quantos pacotes Felipe ainda precisará comprar, se em cada um vêm 2 figurinhas, mas uma sempre é repetida?
- Quanto Felipe gastará se cada pacote custa R\$ 0,20?

Fonte: Fonte: Planejamento do professor adaptado de Dante (2009).

No decorrer do desenvolvimento das atividades pôde-se perceber que os estudantes estavam se sentindo mais confiantes na resolução dos problemas. Na Figura 9 apresenta-se a resposta desenvolvida por A1.

Figura 9 – Resposta do problema número 7 de álbum de figurinhas, apresentada por A1

A) Felipe: 190      Josué: 178  

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 28 \\ \hline 218 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ + 37 \\ \hline 215 \end{array}$$

B) Felipe tem 28 a mais que Josué.

C) 300  
Felipe - 218      Josué - 215  
82      85

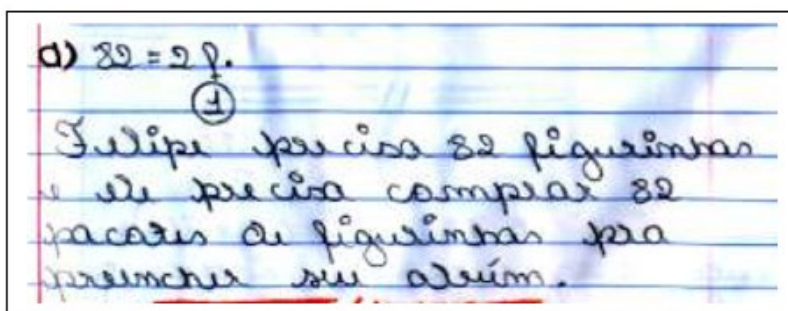
D) Ele tem que comprar 82 pacotes

Fonte: Caderno de resolução do aluno A1 (2013).

Nas respostas apresentadas na Figura 9 percebe-se que o aluno organizou um esquema para retirar os dados do problema, o que auxiliou na interpretação e compreensão e, posteriormente, na realização dos cálculos necessários. Nesse sentido, ficaram perceptíveis as etapas utilizadas pelo aluno para resolução dos problemas.

Cabe, neste momento, mencionar Pozo (1998, p. 22), quando destaca que “a solução do problema exige uma compreensão da tarefa, a concepção de um plano que nos conduza à meta, a execução desse plano e, finalmente, uma análise que nos leva a determinar se alcançamos ou não a meta”. Na Figura 10 expõe-se a resposta desenvolvida por A8.

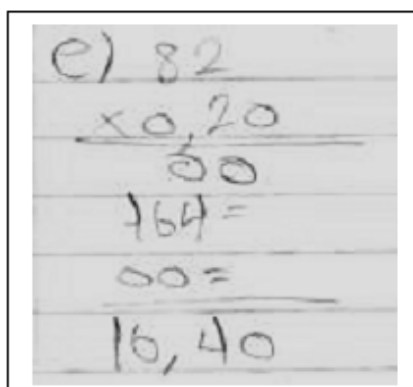
Figura 10 – Resposta da letra “d” do problema número 7 do álbum de figurinhas, apresentada por A8



Fonte: Caderno de resolução do aluno A8 (2013).

Na resposta apresentada por A8 destaca-se a utilização da escrita para representar a resposta dada. O aluno conseguiu explicar sua compreensão e assim responder com êxito à pergunta, sendo este um avanço significativo atingido com os estudantes durante a pesquisa. Krulik e Reys (1997, p. 88) apresentam que “uma dificuldade muito grande no ensino de resolução de problemas é convencer os alunos a registrar os detalhes de um problema no papel”. Foi constatado pelos autores que os alunos que desenvolvem o hábito de registrar suas interpretações, seus resultados, se tornam bons resolvidores de problemas. Na Figura 11 apresenta-se a resposta desenvolvida por A1.

Figura 11 – Resposta do problema número 7 do álbum de figurinhas, apresentada por A1



Fonte: Caderno de resolução do aluno A1 (2013).

Os alunos se envolveram na realização das atividades. Observou-se que os estudantes procuravam resolver os problemas utilizando diferentes estratégias de resolução. Durante a correção dos problemas buscavam apresentar as diversas maneiras de resolução utilizadas, e cada forma apresentada era discutida, tanto as que obtiveram êxito na resolução quanto as que não obtiveram.

Os estudantes tiveram dificuldades durante a resolução deste problema, porém os questionamentos indicados por Polya (1995, p. 1), quais sejam, “Qual é a incógnita? Do que é que se precisa? O que é que se quer saber? O que é que se deve procurar?”, e os realizados pela professora, auxiliaram os alunos na compreensão e interpretação do enunciado do problema. De acordo com o autor, fazendo essas indagações o professor consegue atingir o objetivo de auxiliar o aluno a resolver o problema e também desenvolve nele a capacidade de resolver por conta própria os problemas que surgirem em seu cotidiano. Destaca-se a resolução de A1, que, após os questionamentos realizados, facilmente conseguiu estabelecer e executar um plano para obter o resultado desejado.

Ao final da realização das atividades constatou-se o progresso dos alunos no que se refere à utilização de diferentes estratégias, em comparação às que eram empregadas pelos participantes nos primeiros encontros, em que usavam o cálculo formal como a principal forma de resolver os problemas. Destaca-se também uma pequena, mas importante mudança de postura em relação à confiança e autonomia para buscar as soluções dos problemas propostos, visto que, inicialmente, os alunos mostravam-se extremamente dependentes, fazendo questionamentos como: “Qual a conta a fazer? Por onde eu começo?”.

Em relação a essas questões, Dante (2009) destaca que o professor não deve fornecer as respostas imediatamente ao aluno. Deve responder a pergunta fazendo outro questionamento, para auxiliá-lo a organizar suas ideias, tornando-o mais independente.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização das atividades surgiram diferentes formas de resolução que geraram algumas discussões. Percebeu-se que, na opinião dos alunos, deveria existir uma maneira única e certa de resolver os problemas. Nesse momento explicou-se para a turma que, normalmente, existem diversas maneiras de resolver um problema, ou seja, diferentes estratégias de resolução (CAVALCANTI, 2001).

Destaca-se também a satisfação da professora em perceber que os problemas apresentados exigiram concentração na leitura e na interpretação, e que os estudantes mostraram crescimento, evolução em relação às dificuldades relatadas. Conseguiram resolver os problemas, inclusive fazendo uso de diferentes estratégias de resolução.

Analisando as respostas apresentadas foi possível perceber que os alunos conseguiram fazer as relações necessárias para organizar os problemas numa sequência lógica. Salienta-se que, inicialmente, eles não cogitavam utilizar diferentes estratégias para obter o resultado, mas, após algumas resoluções, passaram a utilizar formas variadas

---

para encontrar as respostas. Após a realização das atividades propostas organizou-se com a turma um momento de correção dos problemas. Os alunos participavam oralmente, questionando sobre os dados que deveriam ser interpretados.

Inicialmente os alunos mostraram-se um pouco resistentes em aceitar o fato de existirem diferentes formas de resolver um mesmo problema, porém, nesse momento, foram citados alguns exemplos simples do dia a dia para explicar o fato. Os alunos, então, passaram a procurar diferentes formas de resolver os problemas, inclusive comentando com os colegas e trocando ideias de resolução, o que tornou a atividade muito satisfatória para o grupo. Esse fato revela que, quando algo representa sentido para o aluno, a aprendizagem pode acontecer mais facilmente.

Notou-se, a partir de observações feitas durante a resolução dos problemas, como também no decorrer da correção, que os alunos não haviam compreendido o conceito de porcentagem. Assim, no momento de correção desse conteúdo, retomou-se o assunto, utilizando a situação apresentada pelos alunos. Após essa ocasião observou-se que o conceito ficou muito mais claro, pois o assunto havia sido contextualizado no problema.

Em relação à utilização de diferentes estratégias de resolução, destaca-se, entre outras, o uso de desenho, organização de tabelas e cálculo formal para alcançar o resultado final. Conforme referido anteriormente, os estudantes começaram a utilizar diferentes estratégias para coletar os dados dos problemas. Faziam anotações sobre o que julgavam necessário para continuar e também experimentavam diferentes formas não convencionais, como o cálculo formal, para encontrar com êxito a resposta solicitada.

Segundo Cavalcanti (2001, p. 121):

Aceitar e analisar as diversas estratégias de resolução como válidas e importantes etapas do desenvolvimento do pensamento permite a aprendizagem pela reflexão e auxilia o aluno a ter autonomia e confiança em sua capacidade de pensar matematicamente.

Percebeu-se que os estudantes, de maneira geral, passaram a utilizar diferentes formas de resolver os problemas, ficando evidenciado que buscavam compreender e interpretar de maneiras diferentes os enunciados, textos e atividades. Em relação ao comportamento dos alunos, houve envolvimento por parte deles ao tentarem resolver os problemas, o que diminuiu as atitudes inadequadas.

A resolução de problemas ainda é vista como uma atividade que marca o término do estudo de algum conteúdo. Os alunos procuram aplicar algum algoritmo, mesmo sem entender o que estão fazendo, e a discussão de alternativas de resolução, muitas vezes, é deixada de lado. Buscou-se, com o trabalho aqui apresentado, estimular os alunos a utilizarem e compartilharem diferentes formas de resolver problemas, uma vez que o cálculo formal nem sempre possibilita a obtenção da resposta correta ou o entendimento do que fazem.

Verificou-se, inicialmente, o predomínio do cálculo formal como maneira de resolver problemas, o que muitas vezes pode ser considerado um dos motivos do baixo índice de acertos. Durante a intervenção pedagógica, analisando o material produzido pelos alunos participantes, observou-se que os estudantes foram capazes de utilizar,



de forma eficaz, uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas, tais como: tentativa e erro, desenho, tabelas, trabalho em sentido inverso, redução de unidades, organização de padrões e eliminação. Esse dado evidencia o estímulo à criatividade e à autonomia, proporcionado por esta forma de trabalho.

Credita-se o fato de terem utilizado mais e melhor uma ampla gama de estratégias de resolução de problemas ao estímulo para que isso ocorresse, tendo em vista ser este um dos objetivos da pesquisa. Os alunos utilizaram as estratégias compartilhadas, principalmente o desenho, inclusive para auxiliar na interpretação de determinadas situações.

Evidenciou-se, também, a preferência da maioria pela utilização das formas diferentes de resolução, devido à dificuldade de lembrar ou saber como e em quais casos aplicar certos algoritmos, o que reforça a contribuição desta forma de trabalho para a obtenção de êxito na resolução de problemas. Durante as aulas, alguns alunos chegaram a comentar a preferência pelo cálculo formal, porém, nos problemas resolvidos durante os encontros, poucas vezes se percebeu esse tipo de organização, mesmo por parte desses alunos.

É importante ressaltar, ainda, que a maioria dos alunos apresentou, durante a intervenção pedagógica, dificuldades relacionadas à interpretação dos problemas propostos. Para tentar auxiliar nesse aspecto cabe, ao professor da turma, levantar questionamentos que levem os alunos a raciocinarem e tentarem relacionar as informações, o que é uma tarefa árdua. É importante fazer questionamentos, sem deixar evidente a resposta ou o caminho a ser percorrido.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma S. G.; ONUCHIC, Lourdes R. *Diferentes olhares em resoluções de problemas no Brasil e no mundo*. In: SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, 1., 2008. Rio Claro, SP: Unesp, out. 2008. Disponível em: <[http://www.rc.unesp.br/serp/apresentacoes/diferentes\\_olhares\\_norma\\_allevato.pdf](http://www.rc.unesp.br/serp/apresentacoes/diferentes_olhares_norma_allevato.pdf)>. Acesso em: 3 out. 2012.
- ALVES, Rose M. F. *Uma análise da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões abertas de Matemática*. Londrina, 2006. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Federal de Londrina, Londrina, 2006, Orientadora: Regina Luzia de Buriasco.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC; SEF, 1998. 148 p.
- CARVALHO, Mercedes. *Problemas? Mas que problemas?!: estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.
- CAVALCANTI, Cláudia T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121-150.
- DANTE, Luiz R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.
- <[http://www.rumos.pt/ProFuturo\\_2012.pdf](http://www.rumos.pt/ProFuturo_2012.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2013.
- <[http://www.educacional.com.br/upload/dados/materialapoiio/60080001/3087881/Desafio\\_1Resposta.pdf](http://www.educacional.com.br/upload/dados/materialapoiio/60080001/3087881/Desafio_1Resposta.pdf)>. Acesso em: 15 ago. 2013.
- <[https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/producao\\_tecnica\\_da\\_decima\\_quarta\\_olimpiada\\_matematica.pdf](https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/producao_tecnica_da_decima_quarta_olimpiada_matematica.pdf)>. Acesso em: 8 ago. 2013.
- KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 188-201.
- LOPES, Celi E.; CARVALHO, Carolina. Literacia estatística na educação básica. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 192p.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POZO, Juan I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.